

# ARMIERTER BETON.

1919. AUGUST.

## INHALT.

Die Theorie elastischer Gewebe und ihre Anwendung auf die Berechnung elastischer Platten. Von Dr.-Ing. H. Marcus, Direktor der Huta, Hoch- und Tiefbau-Aktiengesellschaft, Breslau. (Forts. von S. 170.) S. 181.  
Die Berechnung der beliebigen bogenförmigen Rahmen. Von Ingenieur A. Straßner, Frankfurt a. Main. (Schluß von S. 164.) S. 190.  
Durchbiegungsformen. Von Dr.-Ing. Emil Kammer, Charlottenburg. S. 198.  
Die Querschnittsfestsetzung von Eisenbetonkörpern bei einseitig, aber innerhalb des Kerns angreifenden Längs-

kräften. Von Reg.-Baumeister Dr.-Ing. W. Kunze, Dresden. S. 202.

Der mittelhheinische und der bayerische Traß. (Entgegnung auf den Aufsatz: „Der bayerische Traß und seine Bedeutung für Österreich-Ungarn“ in Heft 1/2 der Zeitschrift für öffentlichen Baudienst, Wien, 2. u. 9. Jan. 1919. Von Dr.-Ing. E. h. A. Hambloch in Andernach, Vorsitzender des Deutschen Traßbundes. S. 204.

Literaturschau. Bearbeitet von Reg.-Baumeister Dr.-Ing. W. Kunze, Dresden. S. 207.

## DIE THEORIE ELASTISCHER GEWEBE UND IHRE ANWENDUNG AUF DIE BERECHNUNG ELASTISCHER PLATTEN.

Von Dr.-Ing. H. Marcus, Direktor der Huta, Hoch- und Tiefbau-Akt.-Ges., Breslau.

(Fortsetzung von Seite 170.)

### § 4.

#### Die auf vier Seiten frei aufliegende rechteckige Platte.

Die Momentenfläche der Platte ist durch ein System von Gleichungen

$$\frac{-w_i + 2w_k - w_l}{\lambda_x} + \frac{-w_m + 2w_k - w_n}{\lambda_y} = -\frac{P_k}{H}$$

gekennzeichnet, welche ebensoviele Werte  $w_k$  und Gleichungen dieser Art enthält, als innere Knotenpunkte  $k$  im Gewebe vorhanden sind.

Die Lösung dieser Gleichungen kann entweder rechnerisch oder zeichnerisch erfolgen.

Das allgemeinste Verfahren beruht auf dem Grundsatz, daß, wenn die Werte  $w_p$  und  $w_q$  für zwei benachbarte Zeilen ( $p$ ) und ( $q$ ) des Gewebes gegeben sind, es mit Hilfe der obigen Gleichungen immer möglich ist, die Werte  $w_r$  der nächsten Zeile ( $r$ )

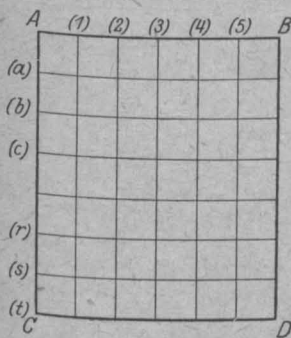


Fig. 10.

unmittelbar zu bestimmen (Fig. 10). Betrachtet man also zunächst die Verschiebungen der ersten inneren Zeile  $w_{a1}, w_{a2}, w_{a3}, \dots$  als gegebene Größen, so kann man, da für die Randlinie AB voraussetzungsgemäß  $w=0$  sein muß, schrittweise die Verschiebungen der zweiten Zeile  $w_{b1}, w_{b2}, w_{b3}, \dots$ , der dritten Zeile  $w_{c1}, w_{c2}, w_{c3}, \dots$  usw. ermitteln. Bei Aufstellung der

Gleichgewichtsgleichungen für die letzte innere Zeile ( $s$ ) gewinnt man für die Verschiebungen der Randlinie CD die Bestimmungsgleichungen:

$$w_{t1} = f_1(P, w_{a1}, w_{a2}, w_{a3}, \dots),$$

$$w_{t2} = f_2(P, w_{a1}, w_{a2}, w_{a3}, \dots),$$

$$w_{t3} = f_3(P, w_{a1}, w_{a2}, w_{a3}, \dots),$$

$$\dots \dots \dots$$

Bedenkt man aber, daß der Rand CD unverändert bleiben muß, so liefert die Bedingung

$$w_{t1} = w_{t2} = w_{t3} = \dots = 0$$

die zur Errechnung der Verschiebungen  $w_{a1}, w_{a2}, w_{a3}, \dots$  erforderlichen Gleichungen. Sind die Werte  $w_a$  gefunden, so lassen sich schließlich die anderen Werte  $w_b, w_c, \dots, w_s$  der Reihe nach bestimmen.

Das zeichnerische Verfahren, welches hierbei zur rascheren Durchführung der Untersuchung oder zur Nachprüfung der rechnerischen Ergebnisse herangezogen werden kann, besteht in der wiederholten Lösung der folgenden Aufgabe:

Gegeben sind  $p_k, w_i, w_k, w_l, w_m$ , gesucht ist  $w_n$ .

Ich bestimme zunächst in der Fig. 4 (A) aus  $\lambda_x, w_i, w_k$  und  $w_l$  die Lage und Richtung der Drähte  $s_i$  und  $s_l$ , zeichne sodann im Kräfteplan 4 (B), vom Anfangspunkt D der Strecke  $\overline{DF} = P_k$  aus, den Leitstrahl  $s'_l$  parallel zu  $s_l$ . Er schneidet im Punkte O' die im Abstand H von der Kraftlinie und parallel zur  $\pm z$ -Achse gezeichnete Gerade, die Pollinie genannt werden möge. Von O' aus ziehe ich den Strahl  $s'_i$  parallel zu  $s_i$  und schneide auf der Kraftlinie den auf die Drähte  $s_i, s_l$  entfallenden Lastanteil  $P'_k = \overline{DE}$  ab. Der übrig bleibende Anteil  $P'_k = \overline{EF}$  muß von den Drähten  $s_m, s_n$  übernommen werden. Aus der

Fig. 4 (C) ist nunmehr mit Hilfe der Größen  $\lambda_y$ ,  $w_k$ ,  $w_m$  Lage und Richtung von  $s_m$  gegeben. Zieht man also vom Punkte E aus den Strahl  $s'_m$  und bringt ihn im Punkte O'' zum Schnitt mit der Pol-

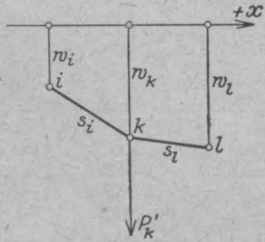


Fig. 4 (A).

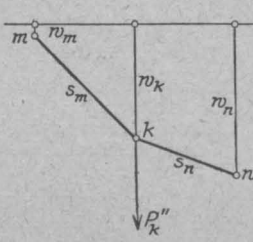


Fig. 4 (C).

linie, so ist im Kräfteplan durch den Strahl  $s'_n = O''F$  die Richtung von  $s_n$  und in der Fig. 4 (B) durch die Parallele  $s_n$  zu  $s'_n$  die Lage von  $s_n$  und mithin auch die Größe von  $w_n$  bestimmt.

Es sei noch bemerkt, daß es auf Grund der vorliegenden Symmetriebedingungen mög-

lich ist, das allgemeine Gleichungssystem in vier Gleichungsgruppen zu zerlegen, die nur eine beschränkte Anzahl von Unbekannten enthalten und daher um so leichter gelöst werden können. Sind a, b, c, d, und p, q, r, s zwei Gruppen von Punkten, die paarweise symmetrisch zum Achsenkreuz ver-

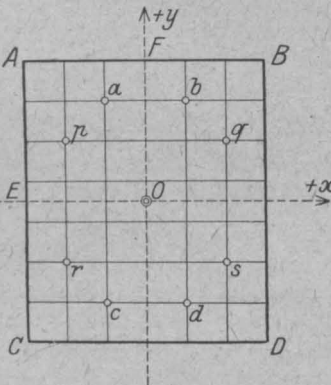


Fig. 10 a.

teilt sind (Fig. 10a), so läßt sich eine einzige, im Punkte a angreifende Kraft  $P_a = P$  durch die vier folgenden gleichwertigen Kraftgruppen ersetzen:

Gruppe A:	$P_a = +\frac{1}{4} P$	$P_b = +\frac{1}{4} P$	$P_c = +\frac{1}{4} P$	$P_d = +\frac{1}{4} P$
" B:	$P_a = +\frac{1}{4} P$	$P_b = +\frac{1}{4} P$	$P_c = -\frac{1}{4} P$	$P_d = -\frac{1}{4} P$
" C:	$P_a = +\frac{1}{4} P$	$P_b = -\frac{1}{4} P$	$P_c = +\frac{1}{4} P$	$P_d = -\frac{1}{4} P$
" D:	$P_a = +\frac{1}{4} P$	$P_b = -\frac{1}{4} P$	$P_c = -\frac{1}{4} P$	$P_d = +\frac{1}{4} P$

$$\sum P_a = P, \sum P_b = 0, \sum P_c = 0, \sum P_d = 0$$

Die zugehörigen Verschiebungen der Punkte p, q, r, s sind durch die nachstehenden Symmetriebedingungen miteinander verknüpft:

Belastungszustand A:	$w_p = +w_q = +w_r = +w_s$
" B:	$w_p = +w_q = -w_r = -w_s$
" C:	$w_p = -w_q = +w_r = -w_s$
" D:	$w_p = -w_q = -w_r = +w_s$

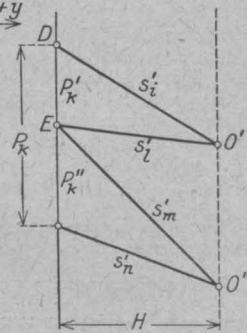


Fig. 4 (B).

Es genügt also, für jeden Belastungszustand die Verschiebungen  $w_p$  der Knotenpunkte eines einzigen Gevierts AEFO zu ermitteln, um bei folgerichtiger Zusammensetzung der für die vier Kraftgruppen errechneten Werte den endgültigen Spannungszustand zu bestimmen.

Die Vorteile dieser Spaltung der Gleichungssysteme sind nicht zu verkennen. Die Beispiele,

die nunmehr behandelt werden sollen, werden ihre Bedeutung zur Genüge beleuchten.

### A. Die gleichmäßig belastete Platte.

Da die Belastung in bezug auf beide Koordinatenachsen symmetrisch verteilt ist, so gelten offenbar die Bedingungen des Belastungszustandes A:

$$w_p = w_q = w_r = w_s.$$

Ich wähle als erstes Beispiel eine quadratische Platte und ein Gewebe mit der Maschenweite

$$\lambda_x = \lambda_y = \lambda = \frac{a}{2} = \frac{b}{2}.$$

Die Bedingungsgleichungen lauten im Einklang mit der Figur 11 und der Formel (9f):

$$\begin{aligned} 4w_1 - 2w_2 &= P \frac{\lambda^2}{S_1} \\ -2w_1 + 4w_2 - w_3 &= P \frac{\lambda^2}{S_1} \\ -4w_2 + 4w_3 &= P \frac{\lambda^2}{S_1} \end{aligned}$$

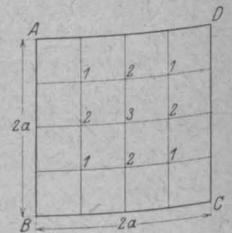


Fig. 11.

Sie liefern zunächst

$$w_1 = \frac{11}{16} P \frac{\lambda^2}{S_1}$$

$$w_2 = \frac{14}{16} P \frac{\lambda^2}{S_1}$$

$$w_3 = \frac{18}{16} P \frac{\lambda^2}{S_1}$$

und weiterhin auf Grund der Gleichung

$$M = \frac{w}{\lambda}$$

$$S_1 = \frac{1}{\lambda}, \lambda^2 = \frac{a^2}{4}$$

gesetzt wird:

$$M_1 = \frac{11}{64} p a^2 = 0,17188 p a^2$$

$$M_2 = \frac{14}{64} p a^2 = 0,21875 p a^2$$

$$M_3 = \frac{18}{64} p a^2 = 0,28125 p a^2$$

Wird das Gewebe jetzt mit den elastischen Gewichten  $p_k = w_k$  belastet, so müssen die lotrechten Ordinaten  $z$  des Gewebes den Gleichungen

$$4 z_1 - 2 z_2 = w_1 \frac{\lambda^2}{S_2} = \frac{11}{16} \cdot \frac{p \lambda^4}{S_1 S_2}$$

$$-2 z_1 + 4 z_2 - z_3 = w_2 \frac{\lambda^2}{S_2} = \frac{14}{16} \cdot \frac{p \lambda^4}{S_1 S_2}$$

$$4 z_2 + 4 z_3 = w_3 \frac{\lambda^2}{S_2} = \frac{18}{16} \cdot \frac{p \lambda^4}{S_1 S_2}$$

genügen. Hieraus folgt:

$$z_1 = \frac{35}{64} \cdot \frac{p \lambda^4}{S_1 S_2}$$

$$z_2 = \frac{48}{64} \cdot \frac{p \lambda^4}{S_1 S_2}$$

$$z_3 = \frac{66}{64} \cdot \frac{p \lambda^4}{S_1 S_2}$$

und schließlich, nach Einführung der Werte  $S_1 S_2 = \lambda$ ,  $\lambda^4 = \frac{a^4}{16}$ , sowie unter Zugrundelegung der

Formel  $\xi = \frac{z \lambda}{N}$ :

$$\xi_1 = \frac{35}{1024} \cdot \frac{p a^4}{N} = 0,03418 \frac{p a^4}{N},$$

$$\xi_2 = \frac{48}{1024} \cdot \frac{p a^4}{N} = 0,046875 \frac{p a^4}{N},$$

$$\xi_3 = \frac{66}{1024} \cdot \frac{p a^4}{N} = 0,06445 \frac{p a^4}{N}.$$

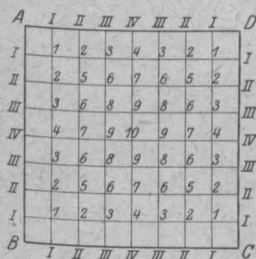


Fig. 11 a.

lichen Ordnungsziffern lauten die Bestimmungsgleichungen:

$$4 w_1 - 2 w_2 = p \frac{\lambda^2}{S_1}$$

$$-w_1 + 4 w_2 - w_3 - w_5 = p \frac{\lambda^2}{S_1}$$

$$-w_2 + 4 w_3 - w_4 - w_6 = p \frac{\lambda^2}{S_1}$$

$$-2 w_3 + 4 w_4 - w_7 = p \frac{\lambda^2}{S_1}$$

$$-2 w_2 + 4 w_5 - 2 w_6 = p \frac{\lambda^2}{S_1}$$

$$-w_3 - w_5 + 4 w_6 - w_7 - w_8 = p \frac{\lambda^2}{S_1}$$

$$-w_4 - 2 w_6 + 4 w_7 - w_9 = p \frac{\lambda^2}{S_1}$$

$$-2 w_6 + 4 w_8 - 2 w_9 = p \frac{\lambda^2}{S_1}$$

$$-w_7 - 2 w_8 + 4 w_9 - w_{10} = p \frac{\lambda^2}{S_1}$$

$$-4 w_9 + 4 w_{10} = p \frac{\lambda^2}{S_1}$$

Sie liefern

$$w_1 = \frac{797\,272}{700\,672 S_1} p \frac{\lambda^2}{S_1}$$

$$w_2 = 1\,244\,208 \quad "$$

$$w_3 = 1\,476\,048 \quad "$$

$$w_4 = 1\,548\,176 \quad "$$

$$w_5 = 2\,002\,840 \quad "$$

$$w_6 = 2\,411\,136 \quad "$$

$$w_7 = 2\,539\,936 \quad "$$

$$w_8 = 2\,925\,048 \quad "$$

$$w_9 = 3\,088\,614 \quad "$$

$$w_{10} = 3\,263\,792 \quad "$$

und somit auch, wenn in die Gl.  $M = \frac{w}{\lambda}$ ,  $S_1 = \frac{1}{\lambda}$ ,

$\lambda^2 = \frac{a^2}{16}$  gesetzt wird:

$$M_1 = 0,07112 p a^2$$

$$M_2 = 0,11098 \quad "$$

$$M_3 = 0,13166 \quad "$$

$$M_4 = 0,13810 \quad "$$

$$M_5 = 0,17865 \quad "$$

$$M_6 = 0,21508 \quad "$$

$$M_7 = 0,22656 \quad "$$

$$M_8 = 0,26092 \quad "$$

$$M_9 = 0,27551 \quad "$$

$$M_{10} = 0,29113 \quad "$$

Für die zugehörigen Ordinaten  $z$  erhält man wie vorhin die Bedingungsgleichungen:

$$4 z_1 - 2 z_2 = \frac{792\,272}{700\,272 S_1 S_2} p \frac{\lambda^4}{S_1 S_2}$$

$$-z_1 + 4 z_2 - z_3 - z_5 = 1\,244\,208 \quad "$$

$$-z_2 + 4 z_3 - z_4 - z_6 = 1\,476\,048 \quad "$$

$$-2 z_3 + 4 z_4 - z_7 = 1\,548\,176 \quad "$$

$$-2 z_2 + 4 z_5 - 2 z_6 = 2\,002\,840 \quad "$$

$$-z_3 - z_5 + 4 z_6 - z_7 - z_8 = 2\,411\,136 \quad "$$

$$-z_4 - 2 z_6 + 4 z_7 - z_9 = 2\,539\,936 \quad "$$

$$-2 z_6 + 4 z_8 - 2 z_9 = 2\,925\,048 \quad "$$

$$-z_7 - 2 z_8 + 4 z_9 - z_{10} = 3\,088\,624 \quad "$$

$$-z_9 + 4 z_{10} = 3\,263\,792 \quad "$$

Aus diesen ergibt sich:

$$\begin{aligned} z_1 &= 1\,901\,902 \frac{p \lambda^4}{S_1 S_2 700\,672} \\ z_2 &= 3\,405\,169 \quad " \\ z_3 &= 4\,348\,781 \quad " \\ z_4 &= 4\,668\,926 \quad " \\ z_5 &= 6\,125\,785 \quad " \\ z_6 &= 7\,884\,981 \quad " \\ z_7 &= 8\,429\,966 \quad " \\ z_8 &= 10\,064\,256 \quad " \\ z_9 &= 10\,821\,040 \quad " \\ z_{10} &= 11\,636\,988 \quad " \end{aligned}$$

Die Formel  $\zeta = \frac{z \lambda}{N}$  liefert schließlich, wenn man die Werte  $S_1 S_2 = \lambda$ ,  $\lambda^4 = \frac{a^4}{256}$  einführt:

$$\begin{aligned} \zeta_1 &= 0,010\,603 \frac{p a^4}{N} \\ \zeta_2 &= 0,018\,984 \quad " \\ \zeta_3 &= 0,024\,245 \quad " \\ \zeta_4 &= 0,026\,029 \quad " \\ \zeta_5 &= 0,034\,152 \quad " \\ \zeta_6 &= 0,043\,959 \quad " \\ \zeta_7 &= 0,046\,997 \quad " \\ \zeta_8 &= 0,056\,109 \quad " \\ \zeta_9 &= 0,060\,328 \quad " \\ \zeta_{10} &= 0,064\,876 \quad " \end{aligned}$$

Faßt man die Ergebnisse der beiden Rechnungen zusammen, so erhält man

$$\text{für den Punkt } x = \frac{a}{4}, y = \frac{a}{4}:$$

$$\zeta = \frac{p a^4}{N} \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{\left(\frac{n \pi}{2}\right)^4} \left[ 4 \left( 1 - \frac{\operatorname{Coj} n \frac{\pi}{2} \cdot \frac{y}{a}}{\operatorname{Coj} n \frac{\pi}{2}} \right) - \operatorname{Tang} n \frac{\pi}{2} \left( \frac{\operatorname{Coj} n \frac{\pi}{2} \cdot \frac{y}{a}}{\operatorname{Coj} n \frac{\pi}{2}} - \frac{y}{a} \cdot \frac{\operatorname{Sin} n \frac{\pi}{2} \cdot \frac{y}{a}}{\operatorname{Sin} n \frac{\pi}{2}} \right) \right] \cos \left( n \frac{\pi}{2} \cdot \frac{x}{a} \right)$$

liefert beispielsweise für die Mittellinie der Platte ( $y=0$ ):

$$\zeta_m = \frac{p a^4}{N} \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{\left(\frac{n \pi}{2}\right)^4} \cdot \frac{4 \left( \operatorname{Coj} n \frac{\pi}{2} - 1 \right) - \operatorname{Tang} n \frac{\pi}{2}}{\operatorname{Coj} n \frac{\pi}{2}} \cdot \cos \left( n \frac{\pi}{2} \cdot \frac{x}{a} \right)$$

Da die Reihe rasch konvergiert, so ist es zulässig, nur die beiden ersten Glieder  $n=1$  und  $n=3$  in Rechnung zu stellen. Es ergibt sich sodann

$$\left. \begin{array}{ll} \text{für } x=0 & \zeta = 0,064\,93 \frac{p a^4}{N} \\ \text{" } x = \frac{a}{4} & \zeta = 0,060\,429 \quad " \\ \text{" } x = \frac{a}{2} & \zeta = 0,047\,058 \quad " \\ \text{" } x = \frac{3}{4} a & \zeta = 0,0258 \quad " \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{gegen } \zeta = 0,064\,876 \frac{p a^4}{N} \\ \text{" } \zeta = 0,060\,328 \quad " \\ \text{" } \zeta = 0,046\,997 \quad " \\ \text{" } \zeta = 0,026\,029 \quad " \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{beim Gewebe} \\ \text{mit } \lambda = \frac{a}{4}. \end{array}$$

<sup>14)</sup> Estanave, Contribution à l'étude de l'équilibre élastique d'une plaque rectangulaire mince. Thèses présentées à la Faculté des Sciences de Paris 1900.

$$M = 0,171\,88 p a^2 \text{ und } \zeta = 0,034\,18 \frac{p a^4}{N} \text{ bei } \lambda = \frac{a}{2},$$

$$M = 0,178\,65 \quad " \quad \zeta = 0,034\,162 \quad " \quad \lambda = \frac{a}{4},$$

$$\text{für den Punkt } x = \frac{a}{4}, y = 0 \text{ und } x = 0, y = \frac{a}{4}:$$

$$M = 0,218\,75 p a^2 \text{ und } \zeta = 0,046\,875 \frac{p a^4}{N} \text{ bei } \lambda = \frac{a}{2},$$

$$M = 0,226\,56 \quad " \quad \zeta = 0,046\,997 \quad " \quad \lambda = \frac{a}{4},$$

für den Punkt  $x = y = 0$ :

$$M = 0,281\,25 p a^2 \text{ und } \zeta = 0,064\,45 \frac{p a^4}{N} \text{ bei } \lambda = \frac{a}{2},$$

$$M = 0,291\,13 \quad " \quad \zeta = 0,064\,876 \quad " \quad \lambda = \frac{a}{4}.$$

Die Gegenüberstellung der zugehörigen Zahlen zeigt bei den Werten  $M$  Abweichungen von höchstens 4 % und bei den Werten  $\zeta$  von nur 0,5 %. Diese Unterschiede sind äußerst geringfügig und belanglos. Sie beweisen, daß der Einfluß der Größe der Maschenweite auf die Genauigkeit der Darstellung der Spannungen und Formänderungen von ganz untergeordneter Bedeutung ist und daß es selbst mit weitmaschigen Geweben wohl gelingen kann, ein zuverlässiges Abbild der Festigkeitseigenschaften der elastischen Platte zu gewinnen.

Diese Feststellung wird auch durch einen Vergleich mit den Ergebnissen anderer Berechnungsarten bestätigt.

Die von Estanave<sup>14)</sup> für quadratische Platten abgeleitete Formel



Die mit Hilfe der Reihenentwickelungen errechneten Werte stimmen mit den unserigen vorzüglich überein.

Ebenso führt die für den Plattenmittelpunkt gültige Nádáische Formel<sup>15)</sup>

$$\xi = \frac{p a^4}{N} \left\{ \frac{5m-3}{24(m-1)} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{\left(\frac{n\pi}{2}\right)^4} \cdot \frac{\operatorname{Tag}\left(\frac{n\pi}{2}\right) + \frac{4}{n\pi} \cdot \frac{m-1}{m}}{\operatorname{Cof} \frac{n\pi}{2}} \right\}$$

wenn man sich wiederum mit den beiden ersten Gliedern der Reihe begnügt und  $m = 10/3$  annimmt, zu einem Werte

$$\xi = 0,0648 \frac{p a^4}{N},$$

welcher von dem unserigen nur um 0,1 % abweicht.

Die Zuverlässigkeit und die Genauigkeit der auf die Eigenschaften des elastischen Gewebes begründeten Plattenberechnung sind hiermit hinreichend erwiesen.

Um nunmehr die Spannungsmomente zu ermitteln, benutze ich die Formel (11a):

$$s_{xk} = \frac{1}{\lambda} \left[ (2z_k - z_i - z_l) + \frac{1}{m} (2z_k - z_m - z_n) \right],$$

$$s_{yk} = \frac{1}{\lambda} \left[ (2z_k - z_m - z_n) + \frac{1}{m} (2z_k - z_i - z_l) \right],$$

und erhalte beispielsweise für den Punkt  $k=7$  in Fig. 11a:

$$\text{mit } m = \frac{10}{3}; \quad S_1 S_2 = \lambda; \quad \lambda^2 = \frac{a^2}{16};$$

$$s_x = \frac{p \lambda^2}{700672} \left[ (2 \cdot 8429966 - 7884981 - 7884981) + \frac{3}{10} (2 \cdot 8429966 - 4668926 - 10821040) \right] = 0,14102 p a^2,$$

$$s_y = \frac{p \lambda^2}{700672} \left[ (2 \cdot 8429966 - 10821040 - 4668926) + \frac{3}{10} (2 \cdot 8429966 - 7884981 - 7884981) \right] = 0,16351 p a^2.$$

In der gleichen Art sind die Werte  $s$  für alle übrigen Knotenpunkte errechnet und in nachstehender Tafel zusammengeordnet.

Tafel 1. Spannungsmomente.

	$y = 3/4 a$		$y = 2/4 a$		$y = 1/4 a$		$y = 0$	
	$s_x$	$s_y$	$s_x$	$s_y$	$s_x$	$s_y$	$s_x$	$s_y$
$x = \frac{3}{4} a$	0,046 23 $p a^2$	0,046 23 $p a^2$	0,068 24 $p a^2$	0,076 04 $p a^2$	0,078 43 $p a^2$	0,092 73 $p a^2$	0,081 64 $p a^2$	0,098 35 $p a^2$
$x = \frac{2}{4} a$	0,076 04 $p a^2$	0,068 24 $p a^2$	0,116 13 $p a^2$	0,116 13 $p a^2$	0,135 34 $p a^2$	0,144 25 $p a^2$	0,141 02 $p a^2$	0,163 51 $p a^2$
$x = \frac{1}{4} a$	0,092 73 $p a^2$	0,078 43 $p a^2$	0,144 25 $p a^2$	0,135 34 $p a^2$	0,169 59 $p a^2$	0,169 59 $p a^2$	0,177 16 $p a^2$	0,181 00 $p a^2$
$x = 0$	0,098 35 $p a^2$	0,081 64 $p a^2$	0,163 15 $p a^2$	0,141 02 $p a^2$	0,181 00 $p a^2$	0,177 16 $p a^2$	0,189 20 $p a^2$	0,189 20 $p a^2$

Zum Vergleich führe ich die Gleichungen von Estanave

$$s_x = p a^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{\left(\frac{n\pi}{2}\right)^2} \left[ \frac{4}{n\pi} \left( 1 - \frac{\operatorname{Cof} \frac{n\pi}{2} \cdot \frac{y}{a}}{\operatorname{Cof} \frac{n\pi}{2}} \right) - \frac{m-1}{m} \operatorname{Tg} \left( \frac{n\pi}{2} \right) \left( \frac{\operatorname{Cof} \frac{n\pi}{2} \cdot \frac{y}{a}}{\operatorname{Cof} \frac{n\pi}{2}} - \frac{y}{a} \cdot \frac{\operatorname{Sin} \frac{n\pi}{2} \cdot \frac{y}{a}}{\operatorname{Sin} \frac{n\pi}{2}} \right) \right] \cos \frac{n\pi}{2} \cdot \frac{x}{a}$$

$$s_y = p a^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{\left(\frac{n\pi}{2}\right)^2} \left[ \frac{1}{m} \cdot \frac{4}{n\pi} \left( 1 - \frac{\operatorname{Cof} \frac{n\pi}{2} \cdot \frac{y}{a}}{\operatorname{Cof} \frac{n\pi}{2}} \right) + \frac{m-1}{m} \operatorname{Tg} \left( \frac{n\pi}{2} \right) \left( \frac{\operatorname{Cof} \frac{n\pi}{2} \cdot \frac{y}{a}}{\operatorname{Cof} \frac{n\pi}{2}} - \frac{y}{a} \cdot \frac{\operatorname{Sin} \frac{n\pi}{2} \cdot \frac{y}{a}}{\operatorname{Sin} \frac{n\pi}{2}} \right) \right] \cos \frac{n\pi}{2} \cdot \frac{x}{a}$$

an. Sie geben insbesondere für  $y=0$ :

$$s_x = p a^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{\left(\frac{n\pi}{2}\right)^2} \left[ \frac{4}{n\pi} \left( \operatorname{Cof} \frac{n\pi}{2} - 1 \right) - \frac{m-1}{m} \operatorname{Tg} \frac{n\pi}{2} \right] \cos \left( \frac{n\pi}{2} \cdot \frac{x}{a} \right)$$

$$s_y = p a^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{\left(\frac{n\pi}{2}\right)^2} \left[ \frac{1}{m} \cdot \frac{4}{n\pi} \left( \operatorname{Cof} \frac{n\pi}{2} - 1 \right) + \frac{m-1}{m} \operatorname{Tg} \frac{n\pi}{2} \right] \cos \left( \frac{n\pi}{2} \cdot \frac{x}{a} \right)$$

<sup>15)</sup> Nádai, die Formänderungen und Spannungen von rechteckigen elastischen Platten. — Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens, Heft 170/71, Berlin 1915.

Die rechnerische Auswertung liefert:

$$\begin{array}{l} \text{im Punkte } y=0, x=\frac{3}{4}a: \left. \begin{array}{l} s_x = 0,09590 \text{ p a}^2 \\ s_y = 0,08104 \text{ p a}^2 \end{array} \right\} \text{ gegen } \left. \begin{array}{l} s_x = 0,09835 \text{ p a}^2 \\ s_y = 0,08164 \text{ p a}^2 \end{array} \right\} \\ y=0, x=\frac{2}{4}a: \left. \begin{array}{l} s_x = 0,15900 \text{ p a}^2 \\ s_y = 0,14355 \text{ p a}^2 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} s_x = 0,16351 \text{ p a}^2 \\ s_y = 0,14102 \text{ p a}^2 \end{array} \right\} \text{ beim Gewebe} \\ y=0, x=\frac{1}{4}a: \left. \begin{array}{l} s_x = 0,18395 \text{ p a}^2 \\ s_y = 0,17946 \text{ p a}^2 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} s_x = 0,18100 \text{ p a}^2 \\ s_y = 0,17716 \text{ p a}^2 \end{array} \right\} \text{ mit } \lambda = \frac{a}{4} \\ y=0, x=0: \left. \begin{array}{l} s_x = 0,18844 \text{ p a}^2 \\ s_y = 0,19061 \text{ p a}^2 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} s_x = 0,18920 \text{ p a}^2 \\ s_y = 0,18920 \text{ p a}^2 \end{array} \right\} \end{array}$$

Der Unterschied zwischen den entsprechenden Ergebnissen der beiden Rechnungsarten beträgt höchstens<sup>16)</sup> 2,5 %. Ebenso weicht der auf Grund der Nádáischen Gleichung

$$s_x = s_y = \frac{m+1}{m} \cdot \frac{p a^2}{4} \left[ 1 - 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{\left(\frac{n\pi}{2}\right)^3} \cdot \frac{1}{\cos \frac{n\pi}{2}} \right]$$

für den Mittelpunkt ermittelte Wert

$$s_x = s_y = 0,1915 \text{ p a}^2$$

nur um 1 % von dem unserigen Wert ab. Durch

$$v_{x6} = \frac{w_7 - w_5}{2\lambda^2} = \frac{2539936 - 2002840}{2 \cdot 700672} \cdot \frac{p a}{4} = 0,09582 \text{ p a},$$

$$v_{y6} = \frac{w_3 - w_8}{2\lambda^2} = \frac{1476048 - 2925048}{2 \cdot 700672} \cdot \frac{p a}{4} = -0,25850 \text{ p a},$$

$$t_{(xy)6} = \frac{7}{10} \cdot \frac{(z_2 + z_3) - (z_4 + z_6)}{4\lambda} = \frac{7}{10} \cdot \frac{(3405169 + 10821040) - (4668926 + 7884981)}{4 \cdot 700672} \cdot \frac{p a^2}{16} = 0,02610 \text{ p a}^2.$$

Die in gleicher Weise für alle übrigen Knotenpunkte errechneten Werte sind in nachstehender Tafel zusammengestellt:

Tafel 2. Scherkräfte und Drillungsmomente.

	$y = \frac{3}{4}a$			$y = \frac{2}{4}a$			$y = \frac{1}{4}a$			$y = 0$		
	$\frac{v_x}{p a}$	$\frac{v_y}{p a}$	$\frac{t_{xy}}{p a^2}$	$\frac{v_x}{p a}$	$\frac{v_y}{p a}$	$\frac{t_{xy}}{p a^2}$	$\frac{v_x}{p a}$	$\frac{v_y}{p a}$	$\frac{t_{xy}}{p a^2}$	$\frac{v_x}{p a}$	$\frac{v_y}{p a}$	$\frac{t_{xy}}{p a^2}$
$x = -\frac{3}{4}a$	+0,22196	-0,22196	+0,09562	+0,35731	-0,12109	+0,06993	+0,43015	-0,05423	+0,03597	+0,45312	0	0
$x = -\frac{2}{4}a$	+0,12109	-0,35731	+0,06993	+0,20818	-0,20818	+0,05102	+0,25850	-0,09582	+0,02610	+0,27482	0	0
$x = -\frac{1}{4}a$	+0,05423	-0,43015	+0,03597	+0,09582	-0,25850	+0,02610	+0,12086	-0,12086	+0,01409	+0,12924	0	0
$x = -0$	0	-0,45312	0	0	-0,27482	0	0	-0,12924	0	0	0	0

diese weitgehende Übereinstimmung ist die Brauchbarkeit der Verwendung des elastischen Gewebes von neuem bestätigt.

<sup>16)</sup> Eine geringere Abweichung ist aus dem Grunde nicht möglich, weil die von Estanave benutzte Gleichung der elastischen Fläche nicht einer vollkommen gleichmäßigen, sondern einer sinusförmigen Belastung entspricht.

Zur Errechnung der Scherkräfte und Drillungsmomente dienen die Gleichungen (12a):

$$v_{xk} = \frac{w_1 - w_i}{2\lambda^2},$$

$$v_{yk} = \frac{w_n - w_m}{2\lambda^2},$$

$$t_{(xy)k} = \frac{m-1}{4\lambda m} [(z_p + z_q) - (z_o + z_r)].$$

Sie liefern beispielsweise für den Punkt  $k=6$  in Fig. 11a nach Einführung der Werte

$$S_1 = \lambda^{-1}, \quad S_1 S_2 = \lambda, \quad \frac{m-1}{m} = \frac{7}{10}.$$

Von besonderer Bedeutung sind die Rand-scherkräfte und Randdrillungsmomente. Längs der Randlinie AB erhält man beispielsweise im Einklang mit der Figur 19a und der Formel

$$v_x = S_1 \frac{w_e}{\lambda} + \frac{w_e}{\lambda^2} \dots \dots \dots (13b)$$

für den Punkt

$$\text{I: } \bar{v}_x = \frac{w_1}{\lambda^2} = \frac{797\,272}{700\,672} \cdot \frac{p}{S_1} = 0,284\,47\,p\,a,$$

$$\text{II: } v_x = \frac{w_2}{\lambda^2} = \frac{1\,244\,208}{700\,672} \cdot \frac{p}{S_1} = 0,443\,93\,p\,a,$$

$$\text{III: } v_x = \frac{w_3}{\lambda^2} = \frac{1\,476\,048}{700\,672} \cdot \frac{p}{S_1} = 0,526\,65\,p\,a,$$

$$\text{IV: } v_x = \frac{w_4}{\lambda^2} = \frac{1\,548\,176}{700\,672} \cdot \frac{p}{S_1} = 0,552\,39\,p\,a.$$

Bedenkt man, daß in den Bestimmungsgleichungen für die Verschiebungen  $w$  des Gewebes

nur die in den inneren Knotenpunkten vereinigten Belastungen  $P_k = p\lambda^2$  in Rechnung gestellt, hingegen die auf die Randknotenpunkte  $r$  (Fig. 12) entfallenden Lastenteile

$P_r = p \frac{\lambda^2}{2}$  außer acht geblieben sind, so leuchtet es ein, daß die Randscherkräfte um den Betrag

$$v_r = \frac{P_r}{\lambda} = p \frac{\lambda}{2} \quad (13c)$$

vergrößert werden müssen. Es ergibt sich somit für  $x = -a$  und

$$y = 0 \quad v_x = (0,552\,39 + 0,125) p\,a = 0,677\,39\,p\,a,$$

$$y = \frac{a}{4} \quad v_x = (0,526\,65 + 0,125) p\,a = 0,651\,65\,p\,a,$$

$$y = \frac{a}{2} \quad v_x = (0,443\,93 + 0,125) p\,a = 0,568\,93\,p\,a,$$

$$y = \frac{3a}{4} \quad v_x = (0,284\,47 + 0,125) p\,a = 0,409\,47\,p\,a,$$

$$y = a \quad v_x = 0.$$

Die Genauigkeit dieser Zahlen läßt sich durch die von Hencky<sup>17)</sup> abgeleitete Formel

$$v_x = p\,a \left\{ \frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{\left(\frac{n\pi}{2}\right)^2} \frac{\sin \frac{n\pi}{2} \cos \left(\frac{n\pi}{2a} y\right) - \sin \left(\frac{n\pi}{2}\right) \cos \left(\frac{n\pi}{2a} y\right)}{\cos \frac{n\pi}{2}} \right\}$$

nachprüfen. Werden die fünfzehn ersten Glieder der Reihe mit  $n=1$  bis  $n=29$  berücksichtigt, so erhält man in fast vollkommener Übereinstimmung mit den obigen Ergebnissen für:

$$x = -a, y = 0 \quad v_x = 0,6744\,p\,a,$$

$$y = \frac{a}{4} \quad v_x = 0,649\,p\,a,$$

$$y = \frac{a}{2} \quad v_x = 0,558\,p\,a,$$

$$y = \frac{3a}{4} \quad v_x = 0,393\,p\,a,$$

$$y = a \quad v_x = 0.$$

<sup>17)</sup> H. Hencky, Über den Spannungszustand in rechteckigen ebenen Platten bei gleichmäßig verteilter und bei konzentrierter Belastung. Dissertation, Oldenburg, München 1913.

Zur Ermittlung der Randdrillungsmomente dient die Formel

$$t_k = -\frac{m-1}{m} \left( \frac{z_r - z_p}{2\lambda} \right); \dots \quad (13d)$$

sie liefert für die Randlinie A'B' in Fig. 11a:

$$t_I = +\frac{7}{10} \left( \frac{z_2}{2\lambda} \right) = \frac{7}{10} \cdot \frac{3\,405\,169}{700\,672} p \frac{\lambda^2}{2} = 0,106\,31\,p\,a^2,$$

$$t_{II} = -\frac{7}{10} \left( \frac{z_1 - z_3}{2\lambda} \right) = -\frac{7}{10} \cdot \frac{1\,901\,902 - 4\,348\,781}{2 \cdot 700\,672} p \frac{\lambda^2}{2} = 0,076\,39\,p\,a^2$$

$$t_{III} = -\frac{7}{10} \left( \frac{z_4 - z_2}{2\lambda} \right) = -\frac{7}{10} \cdot \frac{3\,405\,169 - 4\,668\,926}{2 \cdot 700\,672} p \frac{\lambda^2}{2} = 0,039\,45\,p\,a^2$$

$$t_{IV} = \pm 0,$$

und hieraus folgt durch Extrapolation für den Eckpunkt A der Wert:

$$t_A = 4 \left( t_I - \frac{3}{2} t_{II} + t_{III} \right) = 4\,p\,a^2 \left( 0,106\,31 - \frac{3}{2} \cdot 0,076\,39 + 0,039\,45 \right) = +0,124\,7\,p\,a^2.$$

Sollen längs des Randes keine wagerechten Schubkräfte auftreten, so dürfen, nach einem Satze von Kelvin und Tait, die Randdrillungsmomente  $t_{xy}$  durch eine gleichwertige Gruppe lotrechter Schubkräfte  $v'$  ersetzt werden, ohne daß sich hierdurch die Spannungen der Platte (mit Ausnahme einer verhältnismäßig schmalen Zone längs des Randes) merklich verändern. Diese Schubkräfte stellen zusätzlich Auflagerkräfte dar; ihre Größe ist durch die Gleichung

$$v' = \frac{\partial t_{xy}}{\partial s},$$

worin unter  $ds$  ein unendlich kleines Element der Randlinie zu verstehen ist, gegeben.

Für die zur  $x$ -Achse senkrecht stehenden Randflächen gilt demnach die Beziehung

$$v'_x = \frac{\partial t_{xy}}{\partial y} = -N \frac{m-1}{m} \cdot \frac{\partial^3 \xi}{\partial y^2 \partial x}$$

und ebenso für die zur  $y$ -Achse senkrecht stehenden Begrenzungen:

$$v'_y = \frac{\partial t_{xy}}{\partial x} = -N \frac{m-1}{m} \cdot \frac{\partial^3 \xi}{\partial x^2 \partial y}.$$

Die an Stelle der partiellen Differentialquotienten in Rechnung zu stellenden Differenzen lassen sich aus der Gleichung der Schmiegungsfläche

$$\zeta = \frac{1}{4 \lambda_x^2 \lambda_y^2 \zeta_k} [\zeta_i (x_k - x) (x_1 - x) - 2 \zeta_k (x_1 - x) (x_i - x) + \zeta_l (x_i - x) (x_k - x)] \times$$

$$[\zeta_m (y_k - y) (y_n - y) - 2 \zeta_k (y_n - y) (y_m - y) + \zeta_n (y_m - y) (y_k - y)] \dots \dots \dots (a)$$

ableiten. Eine wiederholte Differentiation liefert nämlich:

$$\frac{\partial^3 \zeta}{\partial y^2 \partial x} = - \frac{\zeta_m - 2 \zeta_k + \zeta_n}{2 \lambda_x^2 \lambda_y^2 \zeta_k} [\zeta_i (x_k - x)'' (x_1 - x) - 2 \zeta_k (x_1 - x) (x_i - x) + \zeta_l (x_i - x) (x_k - x)],$$

$$\frac{\partial^3 \zeta}{\partial x^2 \partial y} = - \frac{\zeta_i - 2 \zeta_k + \zeta_l}{2 \lambda_x^2 \lambda_y^2 \zeta_k} [\zeta_m (y_k - y) (y_1 - y) - 2 \zeta_k (y_n - y) (y_m - y) + \zeta_n (y_m - y) (y_k - y)].$$

Insbesondere für  $x = x_k$ , bzw. für  $y = y_k$  ergibt sich:

$$\left( \frac{\partial^3 \zeta}{\partial y^2 \partial x} \right)_{x=x_k} = - \frac{(\zeta_m - 2 \zeta_k + \zeta_n)}{2 \lambda_x^2 \lambda_y^2 \zeta_k} (\zeta_i - \zeta_l),$$

$$\left( \frac{\partial^3 \zeta}{\partial x^2 \partial y} \right)_{y=y_k} = - \frac{(\zeta_i - 2 \zeta_k + \zeta_l)}{2 \lambda_x^2 \lambda_y^2 \zeta_k} (\zeta_m - \zeta_n), \quad (b)$$

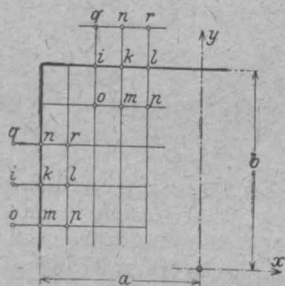


Fig. 13.

Da diese beiden Ausdrücke, wenn  $k$  ein Randknotenpunkt ist, wie man aus der Fig. 13 erkennen kann, die un-

bestimmte Form  $\frac{0}{0}$  an-

nehmen, so ist eine weitere Umwandlung der Formeln erforderlich. Die vorhin auf-

gestellte Gleichung der Schmiegungsfläche liefert für die vier Punkte  $o$ ,  $p$ ,  $q$ ,  $r$  mit den Ordinaten

$$\begin{aligned} x_o &= x_k - \lambda_x, & y_o &= y_k - \lambda_y, \\ x_p &= x_k + \lambda_x, & y_p &= y_k - \lambda_y, \\ x_q &= x_k - \lambda_x, & y_q &= y_k + \lambda_y, \\ x_r &= x_k + \lambda_x, & y_r &= y_k + \lambda_y \end{aligned}$$

die Werte

$$\begin{aligned} \zeta_o &= \frac{\zeta_i \zeta_m}{\zeta_k}, & \zeta_p &= \frac{\zeta_l \zeta_m}{\zeta_k}, \\ \zeta_q &= \frac{\zeta_i \zeta_n}{\zeta_k}, & \zeta_r &= \frac{\zeta_l \zeta_n}{\zeta_k}. \end{aligned}$$

Wir führen sie in die Formeln (b) ein und erhalten:

$$\begin{aligned} x = -a, y = 0: \quad v'_x &= v'_{IV} = + \frac{m-1}{m} \cdot \frac{2z_4 - 2z_3}{\lambda^2} = + \frac{7}{10} \cdot 2 \frac{(4\,668\,926 - 4\,384\,781)}{700\,672} p \frac{a}{4} = 0,160\,42 p a, \\ y = +\frac{a}{4}: \quad v'_x &= v'_{III} = + \frac{m-1}{m} \cdot \frac{2z_3 - z_2 - z_4}{\lambda^2} = + \frac{7}{10} \cdot \frac{(2 \cdot 4\,348\,748 - 3\,405\,169 - 4\,668\,926)}{700\,672} p \frac{a}{4} \\ &= 0,155\,71 p a, \\ y = \frac{2a}{4}: \quad v'_x &= v'_{II} = + \frac{m-1}{m} \cdot \frac{2z_2 - z_1 - z_3}{\lambda^2} = + \frac{7}{10} \cdot \frac{(2 \cdot 3\,405\,169 - 1\,901\,902 - 4\,348\,748)}{700\,672} p \frac{a}{4} \\ &= 0,139\,78 p a, \\ y = \frac{3a}{4}: \quad v'_x &= v'_I = + \frac{m-1}{m} (2z_1 - z_2) = + \frac{7}{10} \cdot \frac{(2 \cdot 1\,901\,902 - 3\,405\,169)}{700\,672} p \frac{a}{4} = 0,099\,56 p a, \\ y = a: \quad v'_x &= v'_A = 0, \end{aligned}$$

und im Verein mit den auf S. 186 errechneten Scherkräften als Endwert der Auflagerwiderstände für

$$\left( \frac{\partial^3 \zeta}{\partial y^2 \partial x} \right)_{x=x_k} = - \frac{\zeta_o - \zeta_p + \zeta_q - \zeta_r - 2(\zeta_i - \zeta_l)}{2 \lambda_x \lambda_y^2},$$

$$\left( \frac{\partial^3 \zeta}{\partial x^2 \partial y} \right)_{y=y_k} = - \frac{\zeta_o - \zeta_q + \zeta_p - \zeta_r - 2(\zeta_m - \zeta_n)}{2 \lambda_x^2 \lambda_y}.$$

Da aber für den zur  $x$ -Achse senkrecht stehenden Rand

$$\begin{aligned} \zeta_o &= -\zeta_p, \\ \zeta_i &= -\zeta_l, \\ \zeta_q &= -\zeta_r \end{aligned}$$

und ebenso für den zur  $y$ -Achse senkrecht stehenden Rand

$$\begin{aligned} \zeta_o &= -\zeta_q, \\ \zeta_m &= -\zeta_n, \\ \zeta_p &= -\zeta_r \end{aligned}$$

sein muß, so folgt schließlich:

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial^3 \zeta}{\partial y^2 \partial x} \right)_{x=x_k} &= \frac{\zeta_p - 2 \zeta_i + \zeta_r}{\lambda_x \lambda_y^2} = \frac{(\lambda^2 \zeta_i) y}{\lambda_y^2 \lambda_x}, \\ \left( \frac{\partial^3 \zeta}{\partial x^2 \partial y} \right)_{y=y_k} &= - \frac{\zeta_o - 2 \zeta_m + \zeta_p}{\lambda_x^2 \lambda_y} = - \frac{(\lambda^2 \zeta_m) x}{\lambda_x^2 \lambda_y} \\ (v'_x)_{x=-a} &= -N \frac{(m-1)}{m} \cdot \frac{(\lambda^2 \zeta_i) y}{\lambda_y^2 \lambda_x}, \\ (v'_y)_{y=+b} &= N \frac{(m-1)}{m} \cdot \frac{(\lambda^2 \zeta_m) x}{\lambda_x^2 \lambda_y}. \end{aligned}$$

Diese Formeln zeigen, daß die zusätzlichen Auflagerkräfte unmittelbar von den zweiten Differenzen zwischen den Ordinaten der inneren Knotenpunkte, welche der betrachteten Randlinie am nächsten liegen, abhängig sind.

Im vorliegenden Falle gilt für die Randlinie AB in Fig. 11a:

$$v'_x = - \frac{m-1}{m} \cdot \frac{(\lambda^2 z_1) y}{\lambda^2}.$$

Es ergibt sich für



$$\begin{aligned} x = -a, y = 0: \quad a_x = v_x + v'_x &= (0,67739 + 0,16042) p a = 0,83781 p a, \\ y = +\frac{a}{4}: \quad &(0,65165 + 0,15571) p a = 0,80736 p a, \\ y = \frac{2a}{4}: \quad &(0,56893 + 0,13978) p a = 0,70871 p a, \\ y = \frac{3a}{4}: \quad &(0,40947 + 0,09956) p a = 0,50903 p a, \\ y = a: \quad &0,0 \quad \quad \quad = 0,0 \quad p a. \end{aligned}$$

In Fig. 14 sind der Reihe nach die Spannungsmomente  $s_x, s_y$  für die Mittellinien der Platte, die Randscherkräfte  $v$ , die Randdrillungsmomente  $t$  und die Auflagerkräfte  $a$  dargestellt. Die für die Querschnittsbemessung maßgebenden Hauptspannungsmomente längs der Diagonalen sind in Fig. 14a eingetragen.

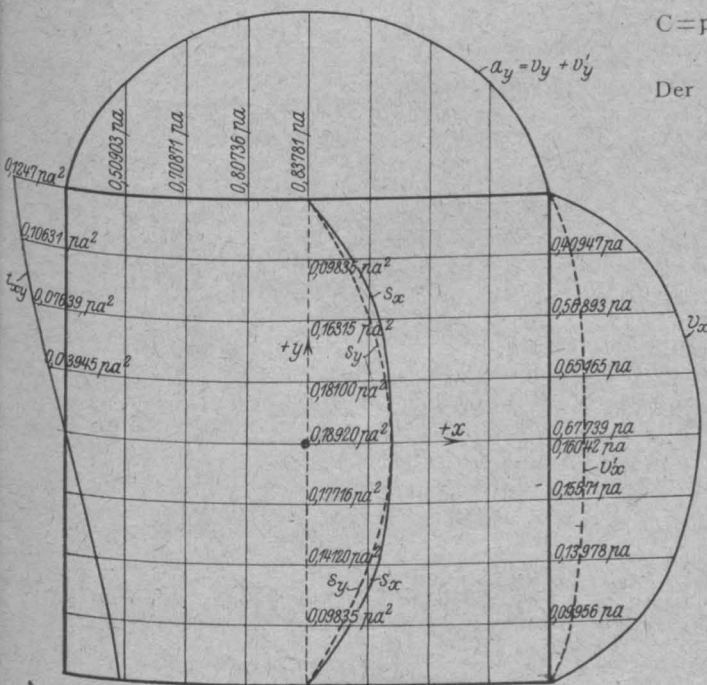


Fig. 14.

$$C = \int_0^a v'_x dy + \int_0^a v'_y dx = 2 \int_0^a v'_x dy$$

bestimmt.

Mit Hilfe der Simpson'schen Regel erhält man:

$$C = 2 \frac{h}{3} (v'_A + 4v'_I + 2v'_{II} + 4v'_{III} + v'_{IV}),$$

$$C = p \frac{a^2}{6} (0 + 4 \cdot 0,09956 + 2 \cdot 0,13978 + 4 \cdot 0,15571 + 0,16042) = 0,2435 p a^2.$$

Der von Hencky errechnete Wert  $C = 0,25 p a^2$

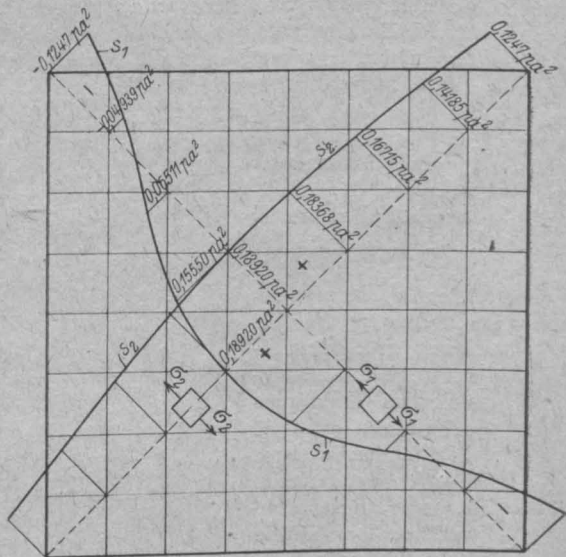


Fig. 14a.

Es sei zum Schluß noch bemerkt, daß außer den stetig längs der Randlinie verteilten Auflagerwiderständen noch besondere Auflagerkräfte an den vier Eckpunkten wirksam sein müssen, um den Abheben der Platte aus der Randunterlage zu verhindern. Bedenkt man nämlich, daß die Randscherkräfte  $v_x$  und  $v_y$  bereits für sich allein mit der gesamten Belastung im Gleichgewicht stehen, so ist es einleuchtend, daß zugleich mit den zusätzlichen Auflagerwiderständen  $v'_x$  und  $v'_y$  nach abwärts gerichtete Einzelkräfte  $C$  in den Eckpunkten auftreten müssen, die den Kräften  $v'_x, v'_y$  das Gleichgewicht halten. Ihre Größe ist im vorliegenden Falle durch die Bedingung

stimmt, wie man sieht, mit dem unserigen recht gut überein.

Durch die Gegenüberstellung der obigen Gleichgewichtsbedingung mit den Formeln

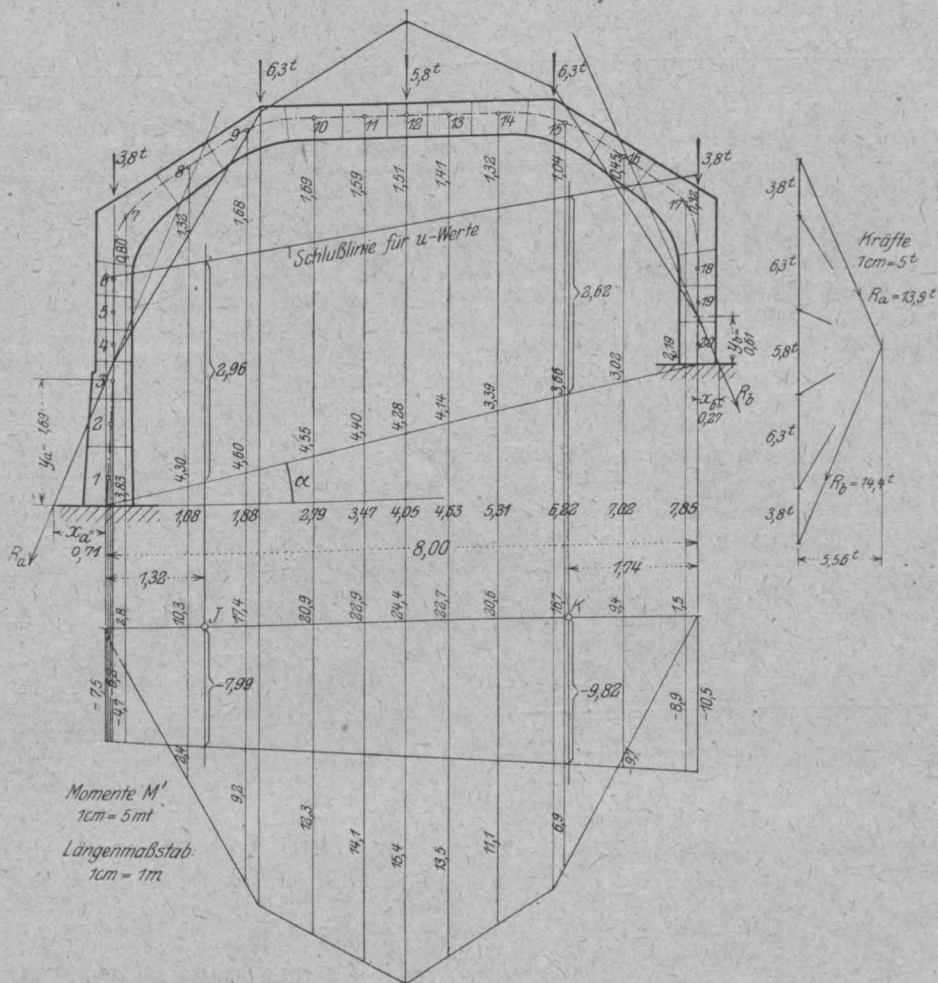
$$v'_x = \frac{\partial t_{xy}}{\partial y} \quad \text{und} \quad v'_y = \frac{\partial t_{xy}}{\partial x}$$

kann man sich im übrigen leicht überzeugen, daß die Kraft  $C$  gleich dem doppelten Wert des Randdrillungsmomentes  $t_A$ , im jeweiligen Eckpunkt sein muß. Hieraus ergibt sich

$$t_A = \frac{C}{2} = 0,12175 p a^2,$$

ein Wert, der sich mit der vorhin ermittelten Größe  $t_A = 0,1247 p a^2$  recht gut deckt.





infolge Temperatur

$$S_a = -\frac{\alpha t^0 \cdot l \cdot \tan \alpha}{w \cdot \sum x'};$$

$$S_b = \frac{\alpha t^0 \cdot l \cdot \tan \alpha}{w \cdot \sum x};$$

„  $H = -1$  (für Ordinaten  $u$ )

$$s_a = \frac{\sum x' y_0}{\sum x'};$$

$$s_b = \frac{\sum x y_0}{\sum x}.$$

Überzähle

infolge Belastung

$$H = \frac{\sum y_0 \cdot M^t}{\sum y_0 \cdot u}$$

„ Temperatur

$$H = \frac{\alpha t^0 \cdot l + w \sum y_0 \cdot M^t}{w \sum y_0 \cdot u}$$

Lotrechte Belastung (Fig. 19).

Die Momente für den Fall freier Auflagerung sind in der bekannten Weise zu berechnen. Man erhält hierauf unter Bezug auf Fig. 19 die nachstehende Tabelle 2.

Tabelle 2.

Punkt	aus Fig. 19						aus Fig. 19			aus Fig. 19		aus Fig. 19	
	x	x'	y <sub>0</sub>	xx'	xy <sub>0</sub>	x' y <sub>0</sub>	M <sub>0</sub>	x · M <sub>0</sub>	x' · M <sub>0</sub>	u	y <sub>0</sub> · u	M'	y <sub>0</sub> · M'
1	0,02	7,98	0,38	0,16	0	3,03	0,2	0	1,6	-2,66	-1,01	-7,3	-2,8
2	0,06	7,94	1,10	0,47	0,07	8,73	0,7	0	5,6	-1,94	-2,13	-6,8	-7,5
3	0,10	7,90	1,67	0,79	0,17	13,19	1,1	0,1	8,7	-1,37	-2,29	-6,4	-10,7
4	0,10	7,90	2,15	0,79	0,22	16,99	1,3	0,1	10,3	-0,89	-1,91	-6,2	-13,3
5	0,10	7,90	2,60	0,79	0,26	20,54	1,3	0,1	10,3	-0,44	-1,14	-6,2	-16,1
6	0,10	7,90	3,08	0,79	0,31	24,33	1,3	0,1	10,3	-0,04	-0,12	-6,2	-19,1
7	0,25	7,75	3,83	1,94	0,96	29,68	2,8	0,7	21,7	0,80	3,06	-4,7	-18,0
8	1,08	6,92	4,30	7,47	4,64	29,76	10,3	11,1	71,3	1,32	5,68	2,4	10,3
9	1,88	6,12	4,60	11,51	8,65	28,15	17,4	32,7	106,5	1,68	7,73	9,2	42,3
10	2,79	5,21	4,55	14,54	12,69	23,71	20,9	58,3	108,9	1,69	7,69	12,3	56,0
11	3,47	4,53	4,40	15,72	15,27	19,93	22,9	79,5	103,7	1,59	7,00	14,1	62,0
12	4,05	3,95	4,28	16,00	17,33	16,91	24,4	98,8	96,4	1,51	6,46	15,4	65,9
13	4,63	3,37	4,14	15,60	19,17	13,95	22,7	105,1	76,5	1,41	5,84	13,5	55,9
14	5,31	2,69	3,99	14,28	21,19	10,73	20,6	109,4	55,4	1,32	5,27	11,1	44,3
15	6,22	1,78	3,66	11,07	22,77	6,51	16,7	103,9	29,7	1,04	3,81	6,9	25,3
16	7,02	0,98	3,02	6,88	21,20	2,96	9,4	66,0	9,2	0,45	1,36	-0,7	-2,1
17	7,85	0,15	2,19	1,18	17,19	0,33	1,5	11,8	0,2	-0,32	-0,70	-8,9	-19,5
18	8,00	0	1,27	0	10,16	0	0	0	0	-1,23	-1,56	-10,5	-13,3
19	8,00	0	0,81	0	6,48	0	0	0	0	-1,69	-1,37	-10,5	-8,5
20	8,00	0	0,27	0	2,16	0	0	0	0	-2,23	-0,60	-10,5	-2,8
	<u>69,03</u>	<u>90,97</u>		<u>119,98</u>	<u>180,89</u>	<u>269,43</u>		<u>677,7</u>	<u>726,3</u>	<u>0,00</u>	<u>41,07</u>	<u>0,0</u>	<u>228,3</u>
	$\Sigma x$	$\Sigma x'$		$\Sigma xx'$	$\Sigma xy_0$	$\Sigma x' y_0$		$\Sigma x \cdot M_0$	$\Sigma x' \cdot M_0$	$\Sigma u$	$\Sigma y_0 \cdot u$	$\Sigma M'$	$\Sigma y_0 \cdot M'$

Nach den gültigen Gleichungen erhält man die Festpunktabstände

$$a = \frac{119,98}{90,97} = 1,32 \text{ m,}$$

$$b = \frac{119,98}{69,03} = 1,74 \text{ „ ;}$$

die Festlinienabschnitte für die Belastung

$$S_a = -\frac{726,3}{90,97} = -7,99 \text{ mt,}$$

$$S_b = -\frac{677,7}{69,03} = -9,82 \text{ „ ,}$$

(hiermit liegen die Momente im Hauptsystem (M') fest);

desgleichen für den Zustand H = -1

$$s_a = \frac{269,43}{90,97} = 2,96 \text{ m,}$$

$$s_b = \frac{180,89}{69,03} = 2,62 \text{ „ ,}$$

(damit sind die Ordinaten u bestimmt);

Die Überzähle ist

$$H = \frac{228,3}{41,07} = 5,56 \text{ t.}$$

Zur Probe kann man  $\Sigma u$  und  $\Sigma M'$  berechnen: es muß sich — bei fester Einspannung — Null ergeben (s. Tabelle 2).

Das endgültige Schnittmoment beträgt

$$M = M' - 5,56 \cdot u;$$

mithin folgen die Einspannmomente

$$M_a = -7,5 - 5,56 \cdot (-3,05) = 9,4 \text{ mt,}$$

$$M_b = -10,5 - 5,56 \cdot (-2,50) = 3,4 \text{ „ .}$$

Die lotrechten Auflagerdrücke berechnen sich nach den Gl. (32), da  $\tan \alpha = 0,22$ , zu

$$V_a = 12,8 - \frac{9,4 - 3,4}{8,0} + 5,56 \cdot 0,22 = 13,3 \text{ t,}$$

$$V_b = 13,2 + \frac{9,4 - 3,4}{8,0} - 5,56 \cdot 0,22 = 12,7 \text{ „ ,}$$

$A_0 = 12,8$  und  $B_0 = 13,2$  sind die in der bekannten Weise zu ermittelnden Auflagerdrücke für den frei aufliegenden Fall.

Um die aus Fig. 19 ersichtliche Stützlinie zu bestimmen, berechnet man nach den Gl. (15) die Abschnitte



$$x_a = \frac{9,4}{13,3} = 0,71 \text{ m};$$

$$y_a = \frac{9,4}{5,56} = 1,69 \text{ m};$$

$$x_b = \frac{3,4}{12,7} = 0,27 \text{ „};$$

$$y_b = \frac{3,4}{5,56} = 0,61 \text{ „}.$$

Damit sind  $R_a$  und  $R_b$  ihrer Richtung nach festzulegen. Die Größe geht aus dem nunmehr

mithin ist bei freier Lagerung

$$B_0 = \frac{6,12}{8,0} = 0,77 \text{ t}$$

und, da die lotrechte Seitenkraft des gesamten Winddrucks gleich 0,42 t ist (s. Fig. 20, Krafteck),

$$A_0 = 0,42 - 0,77 = -0,35 \text{ t}.$$

Die Momentenfläche für den Fall freier Lagerung ist gradlinig begrenzt; es ist am Angriffspunkt der oberen Last 0,24 t

$$M_0 = 0,77 \cdot 5,95 = 4,58 \text{ mt},$$

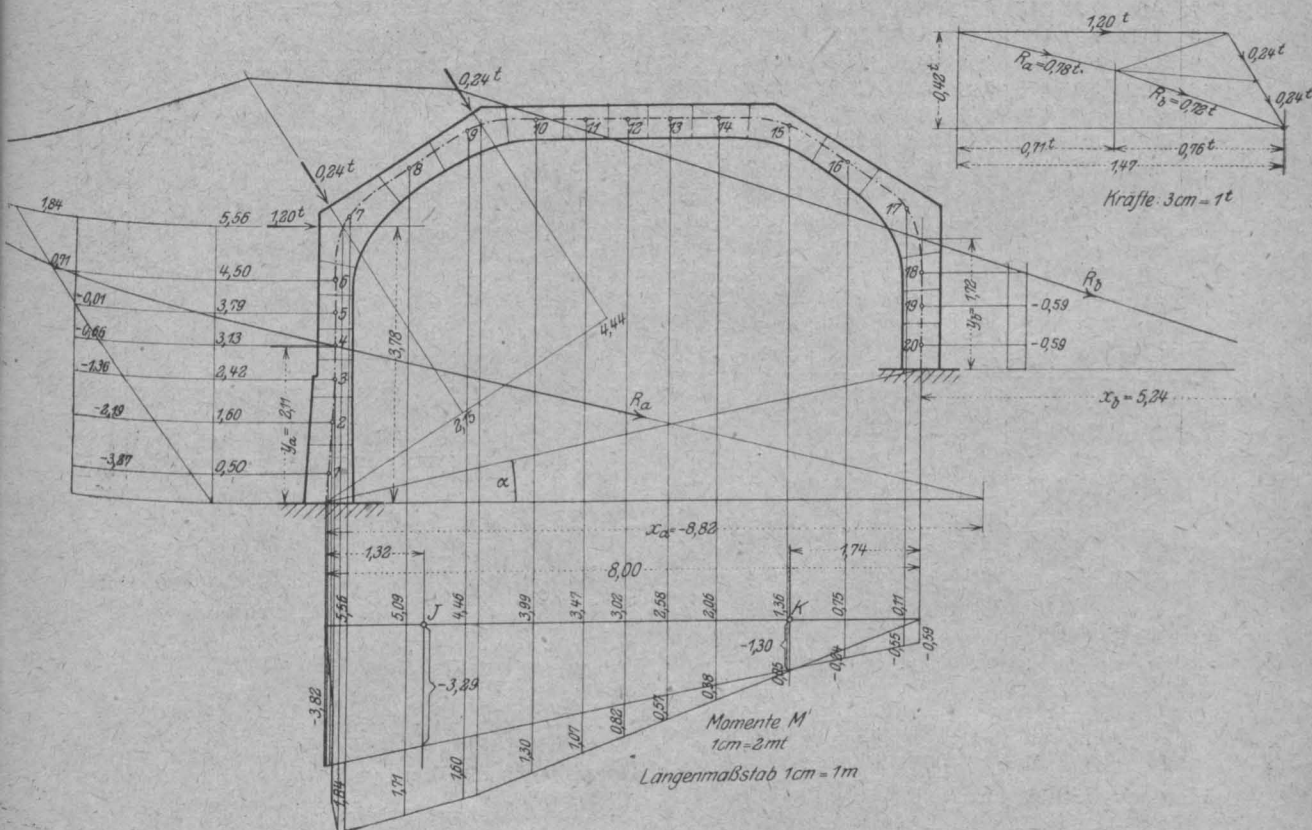


Fig. 20.

zu bestimmenden Krafteck hervor, durch das zudem die Stützlinie vervollständigt werden kann. Dieses Krafteck muß sich schließen (s. Fig. 19).

Das endgültige Schnittmoment kann sowohl nach der vorstehend angegebenen Gleichung ( $M = M' - 5,56 \cdot u$ ), wie auch als Produkt aus Stützlínienkraft und Hebelarm berechnet werden.

Seitliche Belastung (Winddruck, s. Fig. 20).

Das Windmoment in bezug auf das linke Auflager ist

$$M = 1,20 \cdot 3,78 + 0,24 \cdot 2,15 + 0,24 \cdot 4,44 = 6,12 \text{ mt};$$

an der linken Rahmenecke ist

$$M_0 = 1,47 \cdot 3,78 = 5,56 \text{ „}.$$

1,47 t ist die wagrechte Seitenkraft des gesamten Winddrucks und entspricht der am linken Stützenfuß vorauszusetzenden wagrechten Kraft K.

Die Festpunkte und die  $u$ -Werte (Ordinaten) sind bekannt. Wir brauchen somit nur noch die Festlinienabschnitte für die Belastung bzw. die Momente im Hauptsystem ( $M'$ ) sowie die Überzählige  $H$  zu bestimmen. Wir berechnen zu dem Zwecke die folgende Tabelle 3.

Tabelle 3.

	wie vor			aus Fig. 20 M <sub>0</sub>	x M <sub>0</sub> x' M <sub>0</sub>		aus Fig. 20 M'	y <sub>0</sub> M'
	x	x'	y <sub>0</sub>					
1	0,02	7,98	0,38	0,56	0,01	4,47	-3,27	-1,24
2	0,06	7,94	1,10	1,60	0,10	12,70	-2,19	-2,41
3	0,10	7,90	1,67	2,42	0,24	19,12	-1,36	-2,27
4	0,10	7,90	2,15	3,13	0,31	24,73	-0,66	-1,42
5	0,10	7,90	2,60	3,79	0,38	29,94	-0,01	-0,03
6	0,10	7,90	3,08	4,50	0,45	35,55	0,71	2,09
7	0,25	7,75	3,83	5,56	1,39	43,09	1,84	7,05
8	1,08	6,92	4,30	5,09	5,50	35,22	1,71	7,35
9	1,88	6,12	4,60	4,66	8,76	28,52	1,60	7,36
10	2,79	5,21	4,55	3,99	11,13	20,79	1,30	5,92
11	3,47	4,53	4,40	3,47	12,04	15,72	1,07	4,71
12	4,05	3,95	4,28	3,02	12,23	11,93	0,82	3,51
13	4,63	3,37	4,14	2,58	11,95	8,60	0,57	2,36
14	5,31	2,69	3,99	2,06	10,94	5,54	0,38	1,52
15	6,22	1,78	3,66	1,36	8,46	2,42	0,05	0,18
16	7,02	0,98	3,02	0,75	5,27	0,74	-0,24	-0,72
17	7,85	0,15	2,19	0,11	0,86	0,17	-0,55	-1,20
18	8,00	0	1,27	0	0	0	-0,59	-0,75
19	8,00	0	0,81	0	0	0	-0,59	-0,48
20	8,00	0	0,27	0	0	0	-0,59	-0,16
	69,03	90,97			90,02	299,25	0,00	31,37
	$\Sigma x$	$\Sigma x'$			$\Sigma x M_0$	$\Sigma x' M_0$	$\Sigma M'$	$\Sigma y_0 M'$

Man erhält die Festlinienabschnitte

$$S_a = -\frac{299,25}{90,97} = -3,29 \text{ mt,}$$

$$S_b = -\frac{90,02}{69,03} = -1,30 \text{ „,}$$

und die Überzähle

$$H = \frac{31,37}{41,07} = 0,76 \text{ t.}$$

Das endgültige Schnittmoment beträgt

$$M = M' - 0,76 \cdot u.$$

Hiernach die Einspannmomente:

$$M_a = -3,82 - 0,76 \cdot (-3,05) = -1,50 \text{ mt,}$$

$$M_b = -0,59 - 0,76 \cdot (-2,50) = 1,31 \text{ mt.}$$

Die lotrechten Auflagerdrücke werden nach den Gl. (32)

$$V_a = -0,35 - \frac{-1,50 - 1,31}{8,0} + 0,76 \cdot 0,22 = 0,17 \text{ t,}$$

$$V_b = -0,77 + \frac{-1,50 - 1,31}{8,0} - 0,76 \cdot 0,22 = 0,25 \text{ „.}$$

Um die Stützlinie festzulegen, erhält man nach den Gl. (15)

$$x_a = \frac{-1,50}{0,17} = -8,82 \text{ m;}$$

$$y_a = \frac{-1,50}{0,76 - 1,47} = 2,11 \text{ m;}$$

$$x_b = \frac{1,31}{0,25} = 5,24 \text{ m;}$$

$$y_b = \frac{1,31}{0,76} = 1,72 \text{ m.}$$

Temperaturmomente (Fig. 21).

Wir stellen die gleichmäßige Erwärmung um  $15^\circ\text{C}$  in Rechnung. Es ist, wenn  $E = 2\,000\,000 \text{ t/m}^2$  und  $\alpha = 0,00001$  gesetzt wird (für Beton),  $E \cdot \alpha = 2\,000\,000 \cdot 0,00001 = 20 \text{ t/m}^2$  und mithin

$$E \alpha \cdot t^0 l = 20 \cdot 15 \cdot 8,0 = 2400 \text{ t/m,}$$

$$E \alpha \cdot t^0 l \cdot \tan \alpha = 2400 \cdot 0,22 = 528 \text{ t/m.}$$

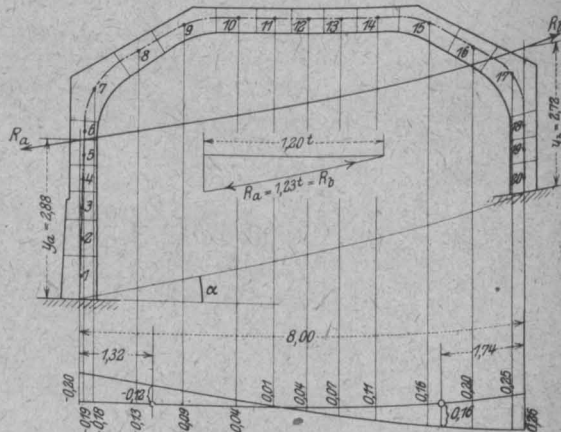


Fig. 21.

Nach den gültigen Gleichungen folgen, da  $E \cdot w = 48 \text{ m}^{-3}$ , die Festlinienabschnitte

$$S_a = -\frac{528}{48 \cdot 90,97} = -0,12 \text{ mt,}$$

$$S_b = \frac{528}{48 \cdot 69,03} = 0,16 \text{ mt.}$$

Damit liegen die Momente  $M'$  fest;

Die Überzähle ist gleich

$$H = \frac{2400 - 48 \cdot 0,64}{48 \cdot 41,07} = 1,20 \text{ t.}$$

Unter Bezug auf Fig. 21 wird nämlich  $\Sigma y_0 \cdot M'$  zu  $-0,64 \text{ m}^2$  erhalten.

Das endgültige Schnittmoment beträgt

$$M = M' - 1,20 \cdot u;$$

hiernach werden die Einspannmomente

$$M_a = -0,20 - 1,20 \cdot (-3,05) = 3,46 \text{ mt,}$$

$$M_b = 0,26 - 1,20 \cdot (-2,50) = 3,26 \text{ „,}$$

so daß nach den Gl. (15)

$$y_a = \frac{3,46}{1,20} = 2,88 \text{ m;}$$

$$y_b = \frac{3,26}{1,20} = 2,72 \text{ m.}$$

Die Stützlinie besteht aus einer Geraden (s. Fig. 21).

## B. Der Rahmen mit Zugband.

Wir halten uns bei der Berechnung an den folgenden Satz:

Zunächst wird der Rahmen **ohne** Rücksicht auf das Zugband berechnet — dabei gelten die vorbeschriebenen Regeln. Dann wird der Einfluß des Zugbandes für sich festgestellt und zusätzlich berücksichtigt.

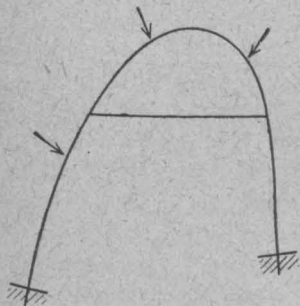


Fig. 22.

Infolge der bei dieser Berechnungsweise möglichen Rückschlüsse ist das Verfahren besonders zuverlässig und namentlich für die Praxis wertvoll.

Die Berechnung zerfällt

1. In die Berechnung des Rahmens ohne Zugband;
2. in die Ermittlung der Zugkraft  $Z$  und
3. in die Ermittlung und die zusätzliche Berücksichtigung des Einflusses von  $Z$ .

Die Berechnung des Rahmens (Bogens) ohne Zugband ist in vorhergehendem ausführlich dargelegt worden. Um das Zugband zu berücksichtigen, ist hier ein ähnlicher Weg einzuschlagen, wie dort bei der Ermittlung der Überzähligen  $H$  und deren Wirkung, nachdem die Momente im Hauptsystem bekannt sind. Man läßt auf den Rahmen in der Mittellinie des weggenommen gedachten Zugbandes die Kräfte  $Z$  wirken (s. Fig. 23),

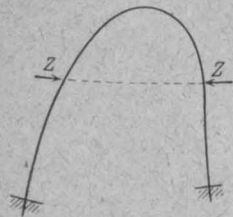


Fig. 23.

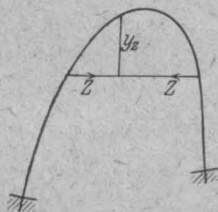


Fig. 24.

welche die Verschiebung der Angriffspunkte (von  $Z$ ) bis auf die Eigenverlängerung des Zugbandes auf Null zurückführen.

Um sich über den Vorgang richtig klar zu werden, kann man in Gedanken annehmen, für den Rahmen ohne Zugband sei das Zugband durchschnitten. Die Schnittflächen des Zugbandes werden sich infolge der Wirkung der Belastung vorübergehend etwas voneinander entfernen, infolge der Wirkung der Zugkraft  $Z$  an den Schnittflächen wieder in Berührung kommen.

## 1. Ermittlung der Zugkraft $Z$ .

Es bedeute

$\bar{M}$  das Schnittmoment für den Rahmen ohne Zugband,

$y_z$  die Ordinate der Rahmenachse in bezug auf die Wirkungsgerade  $Z$  (s. Fig. 24);

$E_z \cdot F_z$  Elastizitätsmaß mal Querschnitt des Zugbandes.

Nun ist (gem. Gl. 20)

$$Z = \frac{A_z}{\delta_z + \lambda} \quad (49)$$

wo

$$\left. \begin{aligned} A_z &= \sum y_z \cdot \bar{M} \cdot w \\ \delta_z &= \sum y_z \cdot u_z \cdot w \end{aligned} \right\} \quad (50)$$

$$\lambda = \frac{1}{E_z \cdot F_z} \quad (51)$$

$A_z$  ist die gegenseitige Verschiebung der Angriffspunkte von  $Z$  infolge der Belastung,  $\delta_z$  desgleichen infolge  $Z = -1$ . Die Summenzeichen der Ausdrücke für diese Verschiebungsgrößen sind nur über den Bogen oberhalb des Zugbandes auszu-dehnen (bezieht man sie auf die Teile unterhalb des Zugbandes, so muß das gleiche Ergebnis folgen).  $\lambda$  ist eine Zahl für die Dehnung des Zugbandes.

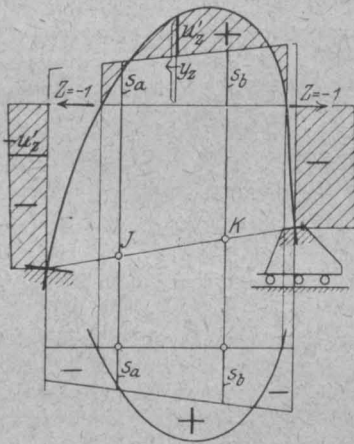


Fig. 25.

In den obigen Gleichungen ist nur  $u_z$  unbekannt, die Größe, welche als Folgewirkung von  $Z = -1$  beim Rahmen (Bogen) ohne Zugband aufzufassen und nach den Regeln unter A (für den Rahmen ohne Zugband) festzustellen ist.

Bezeichnet man die Folgewirkung von  $Z \pm -1$  im Hauptsystem mit  $u_z'$  (s. Fig. 25), dann wird (gem. Gl. 13)

$$u_z = u_z' - Y \cdot u \quad (52)$$

$u_z'$  ist bestimmt durch die Festlinienabschnitte (s. Fig. 25 — gem. Gl. 11/12)

$$\left. \begin{aligned} s_a &= \frac{a}{1} \cdot \frac{\alpha_{a_0}}{\beta}, \quad \text{wo } \alpha_{a_0} = \frac{1}{1} \cdot \sum x' \cdot y_z \cdot w \\ s_b &= \frac{b}{1} \cdot \frac{\alpha_{b_0}}{\beta}, \quad \text{wo } \alpha_{b_0} = \frac{1}{1} \cdot \sum x \cdot y_z \cdot w \end{aligned} \right\} \quad (53)$$

Y beträgt (gem. Gl. (9/10))

$$Y = \frac{\sum y_0 \cdot y_z \cdot w}{\sum y_0 \cdot u \cdot w} \quad \dots \dots \dots (54)$$

und ist der Wert von H für  $Z = -1$ .

Die Summenzeichen der Ausdrücke für  $\alpha_{a_0}$ ,  $\alpha_{b_0}$  sind nur über den Bogen oberhalb des Zugbandes auszudehnen, desgleichen das Summenzeichen im Zähler der Gl. (54) für Y. Im Nenner der Gl. (54) dagegen ist das Summenzeichen für den ganzen Bogen zu verstehen; u hat die Bedeutung wie beim Rahmen ohne Zugband.

Will man die Wirkung der Normalkräfte für den Bogen oberhalb des Zugbandes näherungsweise in Rechnung stellen — diese ist unter der Gesamtwirkung der Normalkräfte meist ausschlaggebend — so ist der Nenner der Gl. (49) zu vermehren um

$$\frac{l}{E \cdot F_s},$$

wo l die Bogensehne (übereinstimmend mit der Länge des Zugbandes) und  $E \cdot F_s$  Elastizitätsmaß mal vermittelter Querschnitt für den Bogen ist.

## 2. Ermittlung der endgültigen Momente und der Stützlinie.

Das endgültige Schnittmoment beträgt

$$M = \bar{M} - Z \cdot u_z \quad \dots \dots \dots (55)$$

$\bar{M}$  hat die vorerwähnte Bedeutung (Moment für den Rahmen ohne Zugband),  $u_z$  folgt nach den Gl. (52) bis (54).

Die Auflagerkraft H hat nunmehr die Größe

$$H = \bar{H} - Z \cdot Y, \quad \dots \dots \dots (56)$$

wo  $\bar{H}$  der Wert von H beim Rahmen ohne Zugband (also die Überzählige) ist

Für die lotrechten Auflagerkräfte gelten die Gl. (14), worin jedoch jetzt für die Einspannmomente und für H die nach den Gl. (55) und (56) zu berechnenden Werte einzusetzen sind.

Die Lage der Kämpferresultierenden wird bei derselben Beachtung unter Bezug auf die Gl. (15) gefunden. Nachdem die Richtung festliegt, findet man die Größe aus einem nunmehr ohne weiteres aufzuzeichnenden Krafteck; mit dessen Hilfe ergibt sich auch die Stützlinie. Man hat diese in der bekannten Weise zu ermitteln; die Zugkräfte Z hat man als äußere Lasten zu betrachten. Das Krafteck muß sich schließen.

## 3. Der Einfluß der Temperaturänderungen.

Zunächst stellt man die Wirkung der Temperaturänderung für den Rahmen ohne Zugband fest; dazu dienen die Regeln unter 5. Dann nimmt man die Wirkung des Zugbandes für sich vor.

Die Zugkraft ist

$$Z = \frac{\Delta z - \lambda_0}{\delta_z + \lambda} \quad \dots \dots \dots (57)$$

Für die Verschiebungsgrößen  $\Delta z$ ,  $\delta_z$  und die Dehnungszahl  $\lambda$  für das Zugband gelten die Gl. (50) und (51).  $\lambda_0$  ist die Längenänderung des Zugbandes durch Temperatur (+ = Verlängerung).

Für das endgültige Schnittmoment gilt Gl. (55).

Sobald das Zugband Druck erhält, werden die vorstehend abgeleiteten Gleichungen ungültig. Begreiflicherweise tritt in dem statischen Verhalten insofern eine Änderung ein, da das Zugband, welches zur Aufnahme einer höheren Druckspannung unfähig ist, dieser aus dem Wege geht, indem es einfach elastisch ausbiegt.

Druckspannungen im Zugband können entstehen, z. B. bei einem Temperaturabfall, bei gewisser seitlicher Belastung (Winddruck) usw. Wenn die hierbei entstehende Druckkraft, von der Zugkraft Z für Eigengewicht abgezogen, noch eine Zugkraft übrig läßt, so ändert sich an dem vorausgesetzten statischen Verhalten nichts — die Gültigkeit des in vorstehendem gegebenen Verfahrens bleibt bestehen. Bleibt dagegen eine Druckkraft übrig, so ist die Wirkung des Zugbandes (auch beim Eigengewicht) gänzlich außer acht zu lassen — es gelten dann für die Berechnung die Regeln für den Rahmen ohne Zugband.

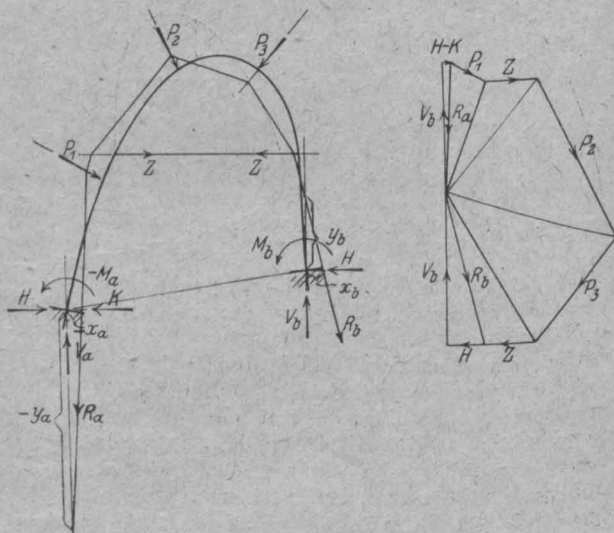


Fig. 26.



Im allgemeinen dürfte  $Z$  für Eigengewicht in folge der übrigen Lastzufälligkeiten nur wenig vermindert werden, so daß der Fall, daß das Zugband außer Wirkung kommt, eine Ausnahme bildet und die Zuständigkeit der allgemeinen Ausführungen für den Rahmen mit Zugband die Regel ist.

Beispiel 3. Der im Beispiel 1 behandelte Zweigelenrahmen soll für den Fall, daß ein Zugband vorhanden ist, nochmals durchgerechnet werden (s. Fig. 27).

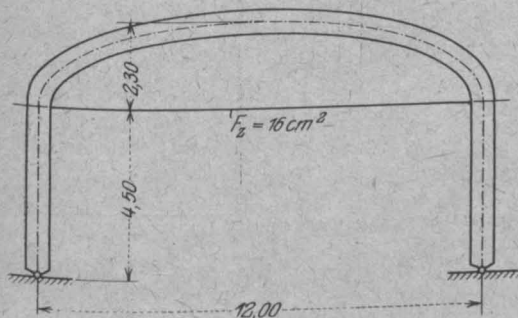


Fig. 27.

Der Rahmen ohne Zugband ist bereits berechnet worden. Die erhaltenen Momente sind in der nachstehenden Tabelle 4 als Momente  $\bar{M}$  in der ersten Spalte enthalten.

Durch Verbinden der Gl. (49), (50) und (51) folgt, da  $w$  als unveränderliche Größe vor das Summenzeichen kommen kann,

$$Z = \frac{w \cdot \sum y_z \cdot \bar{M}}{w \cdot \sum y_z \cdot u_z + \frac{1}{E_z F_z}}$$

Nach den Gl. (52) und (54) erhält man, da nunmehr bei freier Auflagerung  $u_z'$  gleich  $y_z$  und  $u$  gleich  $y_0$  ist,

$$u_z = y_z - Y \cdot y_0,$$

$$Y = \frac{\sum y_0 y_z}{\sum y_0^2}.$$

Um  $Z$  und  $Y$  festzustellen, berechnen wir die Tabelle 4.

Tabelle 4.

Punkt	aus Tab. 1		aus Fig. 29		Y = 0,252	$u_z$	$y_z \cdot u_z$	$y_z \cdot \bar{M}$
	$\bar{M}$	$y_0$	$y_z$	$y_0 \cdot y_z$	$Y \cdot y_0$			
1	— 2,1	0,56	—	—	0,14	— 0,14	0	0
2	— 6,4	1,69	—	—	0,43	— 0,43	0	0
3	— 10,6	2,82	—	—	0,71	— 0,71	0	0
4	— 14,9	3,94	—	—	0,99	— 0,99	0	0
5	— 16,5	5,05	0,55	2,78	1,27	— 0,72	— 0,40	— 9,1
6	— 8,7	5,80	1,30	7,54	1,46	— 0,16	— 0,21	— 11,3
7	0	6,30	1,80	11,34	1,59	— 0,21	0,38	0
8	7,3	6,56	2,06	13,51	1,65	— 0,41	0,84	15,0
9	12,5	6,70	2,20	14,74	1,69	— 0,51	1,12	27,5
10	14,9	6,78	2,28	15,46	1,71	— 0,57	1,30	34,0
				65,37			3,03	56,1
				$\frac{1}{2} \sum y_0 \cdot y_z$			$\frac{1}{2} \sum y_z \cdot u_z$	$\frac{1}{2} \sum y_z \cdot \bar{M}$

Da  $\frac{1}{2} \sum y_0^2 = 259,36 \text{ m}^2$  (s. Tab. 1), wird

$$Y = \frac{65,37}{259,36} = 0,252,$$

so daß

$$u_z = y_z - 0,252 \cdot y_0;$$

die hiernach sich ergebenden Werte sind aus der Tabelle ersichtlich; Fig. 28 enthält die zeichnerische Darstellung.

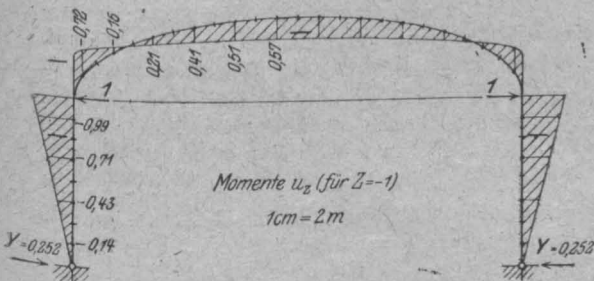


Fig. 28.

Nun sei:

für den Rahmen

$$J = 0,00375 \text{ m}^4$$

(entspr. d. Abm. 35/50),

für das Zugband

$$F_z = 16 \text{ cm}^2$$

$$\text{oder} = 0,0016 \text{ m}^2,$$

so daß, da die Länge  
eines Rahmenelements  
 $s = 1,13 \text{ m}$ ,

$$E \cdot w = \frac{s}{J} = \frac{1,13}{0,00375} = 302 \text{ m}^{-3}$$

und, wenn man  $E:E_z$ ,  
entsprechend dem be-  
kannten Wert für Beton  
und Eisen, gleich 1:15  
setzt,

$$E \cdot \frac{1}{E_z \cdot F_z} = \frac{1}{15} \cdot \frac{12,0}{0,0016} = 500 \text{ m}^{-1}.$$

Man erhält mithin die Zugkraft

$$Z = \frac{2 \cdot 302 \cdot 56,1}{2 \cdot 302 \cdot 3,03 + 500} = 14,5 \text{ t.}$$

Die endgültigen wagerechten Auflagerkräfte  
sind (Gl. 56)

$$H = 3,77 - 14,5 \cdot 0,252 = 0,12 \text{ t.}$$

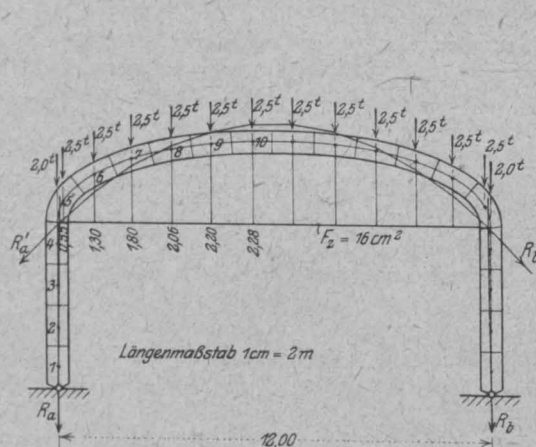
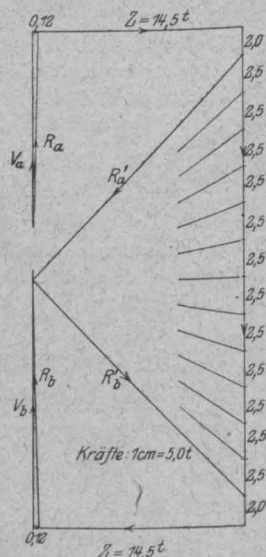


Fig. 29.



Die Auflagerkräfte in lotrechter Richtung ent-  
sprechen je der halben Rahmenlast.

Das endgültige Schnittmoment ist (Gl. 55)

$$M = \bar{M} - 14,5 \cdot u_z;$$

dasselbe ist auch unter Bezug auf die aus Fig. 29  
ersichtliche Stützlinie zu bestimmen.

## DURCHBIEGUNGSMODELLE.

Von Dr.-Ing. Emil Kammer, Charlottenburg.

In seinem Aufsatz „Eine neue Methode zur Bestimmung der Durchbiegungen vollwandiger Träger“ im Armierten Beton 1919 Heft 1 leitet Herr Dr. techn. Vinzenz, Prag, die Durchbiegungen vollwandiger Träger aus der Clapeyronschen Gleichung her. Zur theoretischen Begründung wird der Trägerpunkt, dessen Durchbiegung bestimmt werden soll, durch ein Auflager von elastischer Nachgiebigkeit unterstützt gedacht. Für diesen so erhaltenen Balken wird dann die Clapeyronsche Gleichung angeschrieben.

Nun läßt sich aber zeigen, daß die Clapeyronsche Gleichung nichts weiter als ein besonderer Fall der allgemeinen Durchbiegungsformel für vollwandige Stabzüge ist. Man kann daher die Durchbiegung direkt aus der Durchbiegungsformel (die genau das Aussehen der Dreimomenten-Gleichung für kontinuierliche Träger hat) berechnen, ohne daß man den Umweg einzuschlagen braucht, zuvor das zu berechnende System in einen kontinuierlichen Träger umzuwandeln.

In den folgenden Zeilen wird das zunächst näher erläutert werden; hierauf wird mit Rücksicht auf die wichtige Rolle, die die Durchbiegungen in der Statik spielen — sie bilden u. a. ja die Grundlage für die Untersuchung statisch unbestimmter Systeme —, eine allgemein gültige Formel zur Berechnung der Durchbiegungen beliebig geformter Stabzüge entwickelt.

1.

Wird ein ursprünglich gerader Stab mit konstantem Trägheitsmoment  $J$  unter dem Einfluß irgendwelcher Kräfte, die Angriffsmomente  $M$  hervorrufen, gebogen, so bilden zwei benachbarte Querschnitte I und II nach der Biegung den Winkel  $d\tau$  und zwar wird (Fig. 1 und 2)

$$d\tau = \Delta d_1 \dots \dots \dots (1)$$

wobei  $\Delta d_1$  die Längenänderung des Stabelements  $ds$  im Abstand  $y = 1$  bedeutet. Nach dem Hooke'schen Gesetz ist  $\frac{\Delta d_1}{ds} = \frac{\sigma_1}{E}$ ; hierin ist die Bie-

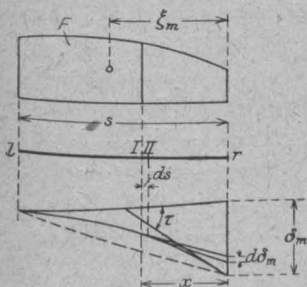


Fig. 1.

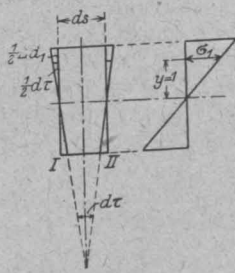


Fig. 2.

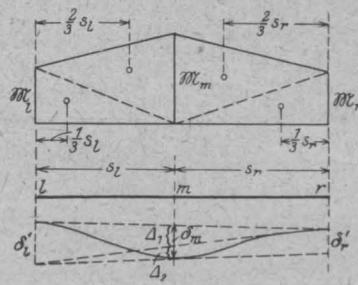


Fig. 3.

gungsspannung im Abstand  $y = 1$  von der Nulllinie  $\sigma_1 = \frac{M}{J}$ . Werden diese Werte in Gl. (1) eingesetzt, dann erhält man die Winkeländerung

$$d\tau = \frac{M ds}{EJ}$$

und nach Fig. 1 die Durchbiegung

$$d\delta_m = x d\tau = \frac{M x ds}{EJ}$$

Für den ganzen Stab von der Länge  $s$  erhält man dann die folgenden bekannten Grundgleichungen

$$\tau = \int_0^s \frac{M ds}{EJ} = \frac{\delta}{EJ} \quad (2)$$

$$\delta_m = \int_0^s \frac{M x ds}{EJ} = \frac{\delta \xi_m}{EJ} \quad (I)$$

Hierin ist  $\delta$  der Inhalt der Momentenfläche über der Strecke  $s$  und  $\xi_m$  der Abstand des Schwerpunktes der  $M$ -Fläche in bezug auf den Querschnitt, dessen Durchbiegung untersucht wird.

## 2.

An einem geraden Stab mögen die beliebigen lotrechten Kräfte nur in den Knotenpunkten angreifen. Die Kräfte können sowohl angreifende Lasten als auch Auflagerkräfte sein; die folgende Betrachtung gilt also für beliebige, statisch bestimmte oder unbestimmte Stützung. Weil die Kräfte nur in den Knotenpunkten angreifen, sind die Momentenflächen von Knotenpunkt zu Knotenpunkt geradlinig. Die Knotenpunktsmomente  $M_m$  seien berechnet. Nach der Biegung des Stabes wird mit Rücksicht auf Fig. 3):

$$\delta_m = \delta_1 + \delta_2 = \delta_1' \frac{s_l}{s_l + s_r} + \delta_r' \frac{s_l}{s_l + s_r} \quad (3)$$

Wendet man zur Berechnung  $\delta_1'$  und  $\delta_r'$  die Formel I an, so wird

$$EJ \delta_1' = M_1 \frac{s_l}{3} \cdot \frac{s_l}{2} + M_m \frac{s_l}{2} \cdot \frac{2}{3} s_l \quad (4)$$

$$EJ \delta_r' = M_r \frac{s_r}{2} \cdot \frac{s_r}{3} + M_m \frac{s_r}{2} \cdot \frac{2}{3} s_r \quad (5)$$

Dann geht Formel (3) über in

$$6EJ \frac{s_l + s_r}{s_l s_r} \delta_m = M_1 s_l + 2M_m [s_l + s_r] + M_r s_r \quad (II)$$

## 3.

Greift zwischen den Knotenpunkten des Stabes noch eine beliebige Belastung an — gleichmäßig verteilt oder Einzellasten —, so tritt zur trapezförmigen Momentenfläche von vorhin nach Fig. 3 noch die Momentenfläche aus dieser Zwischen-

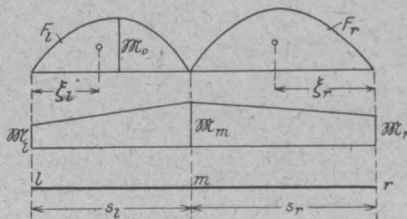


Fig. 4.

belastung hinzu. Bezeichnet man (Fig. 4) die statischen Momente in bezug auf  $l$  und  $r$  mit

$$\delta_1 \xi_1 = L_0 \quad (6)$$

$$\delta_r \xi_r = R_0 \quad (7)$$

so kommen diese zu den Gl. (4) und (5) noch hinzu, also wird

$$EJ \delta_1' = L_0 + M_1 \frac{s_l}{2} \cdot \frac{s_l}{3} + M_m \frac{s_l}{2} \cdot \frac{2}{3} s_l \quad (4a)$$

$$EJ \delta_r' = R_0 + M_r \frac{s_r}{2} \cdot \frac{s_r}{3} + M_m \frac{s_r}{2} \cdot \frac{2}{3} s_r \quad (5a)$$

Die Formel (II) erweitert sich dann zu

$$6EJ \frac{s_l + s_r}{s_l s_r} \delta_m = \frac{6L_0}{s_l} + \frac{6R_0}{s_r} + M_1 s_l + 2M_m [s_l + s_r] + M_r s_r \quad (III)$$

4.

Für die Anwendung der Formeln (II) und (III) kommen zwei Fälle in Betracht:

Fall I. Bekannt sind die Momente  $M_0$ , also auch  $L_0$  und  $R_0$ , und ferner die Knotenpunktsmomente  $M_1$ ,  $M_m$ ,  $M_r$ . In diesem Falle können die Gl. (II) und (III) zur Bestimmung der Durchbiegungen  $\delta_m$  benutzt werden, denn alle Werte auf der rechten Seite sind bekannt. Da über die angreifenden Lasten keine Voraussetzungen gemacht wurden, gelten die Gleichungen ganz allgemein für statisch bestimmte oder unbestimmte Anordnungen, ohne daß man sie abzuändern braucht. In den Beispielen unter (5) sind die Durchbiegungen an einfachen Balken, eingespannten Trägern und Zweigelenrahmen berechnet.

Fall II. Sind die Momente  $M_0$ , also die Werte  $L_0$  und  $R_0$  bekannt, ferner die Durchbiegungen  $\delta_m$ , so kann die Gleichung (III) benutzt werden zur Bestimmung der Momente über den Auflagern kontinuierlicher Träger. An die Stelle der Knotenpunkte des bisher betrachteten Stabes treten dann die Auflager des durchgehenden Balkens. Bringt man in Gl. (III) die unbekannten Stützmomente auf die linke Seite, so erhält man die bekannte Form der Clapeyronschen Gleichung:

$$M_1 s_1 + 2 M_m [s_1 + s_r] + M_r s_r = -\frac{6 L_0}{s_1} - \frac{6 R_0}{s_r} + 6 E J \delta_m \frac{s_1 + s_r}{s_1 s_r}.$$

5.

Beispiel 1. Für den einfachen Balken mit einer Einzellast nach Fig. 5 ist

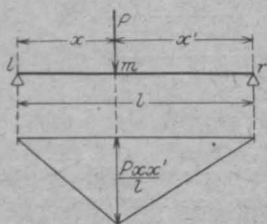


Fig. 5.

$$\begin{aligned} M_1 &= M_r = 0; \\ M_m &= \frac{P x x'}{l}; \\ s_1 &= x; \\ s_r &= x' = l - x. \end{aligned}$$

Dann ist nach Gl. II die Durchbiegung des Punktes m:

$$6 E J \frac{x + x'}{x x'} \delta_m = 2 P \frac{x x'}{l} (x + x')$$

und da

$$x + x' = l,$$

wird

$$\delta_m = \frac{P}{3 E J l} x^2 x'^2 \dots \dots \dots (6)$$

Für  $x = x' = \frac{l}{2}$  wird die Durchbiegung der Balkenmitte:

$$\delta_m = \frac{P l^3}{48 E J}.$$

Beispiel 2. Für den eingespannten Träger mit einer Einzellast in der Mitte wird (vgl. Fig. 6)

$$M_1 = M_r = -\frac{P l}{8};$$

$$M_m = +\frac{P l}{8},$$

$$s_1 = s_r = \frac{l}{2},$$

also:

$$6 E J \delta_m \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} = -\frac{P l}{8} \cdot \frac{1}{2} + 2 \frac{P l}{8} l - \frac{P l}{8} \cdot \frac{1}{2},$$

$$\delta_m = \frac{1}{192} \cdot \frac{P l^3}{E J} \dots \dots \dots (7)$$

Beispiel 3. Es soll die Senkung des Punktes m des Zweigelenrahmens infolge einer Einzellast in der Mitte bestimmt werden. Der Horizontalschub beträgt  $X = \frac{P l}{8 \mu}$ , worin

$$\mu = 1 + \frac{2}{3} \cdot \frac{h}{l} \cdot \frac{J_b}{J_s}$$

ist; in der Formel ist nur der allerdings wichtigste Einfluß der biegenden Momente berücksichtigt\*).

Dann wird:

$$\begin{aligned} M_1 &= M_r = -X h \\ &= -\frac{P l}{8 \mu}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_m &= \frac{P l}{4} - \frac{P l}{8 \mu} \\ &= \frac{P l}{4} \left[ 1 - \frac{1}{2 \mu} \right], \end{aligned}$$

$$6 E J_b \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} = -\frac{P l}{8 \mu} \cdot \frac{1}{2}$$

$$+ 2 \frac{P l}{4} \left[ 1 - \frac{1}{2 \mu} \right] \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) - \frac{P l}{8 \mu} \cdot \frac{1}{2},$$

$$\delta_m = \frac{P l^3}{48 E J_b} \left[ 1 - \frac{3}{4 \mu} \right] = \frac{P l^3}{192 E J_b} \left[ 4 - \frac{3}{\mu} \right] \quad (8)$$

Die Größe der Durchbiegung des Zweigelenrahmens liegt also zwischen der des einfachen Balkens [Gl. (6)] und der des eingespannten Trägers [Gl. (7)]; sie ist vom Faktor  $\mu$  abhängig, also vom Verhältnis  $\frac{h}{l}$  und  $\frac{J_b}{J_s}$ .

\*) Vgl. Müller-Breslau, Neuere Meth. d. F. § 14, Aufgabe 9.

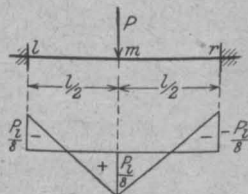


Fig. 6.

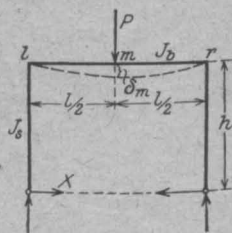


Fig. 7.



6.

Für die bisherigen Beispiele reichte die Formel (II) aus; die folgenden Beispiele werden nach Formel (III) berechnet.

Beispiel 4. Für den Balken mit gleichmäßig verteilter Belastung (Fig. 8) wird

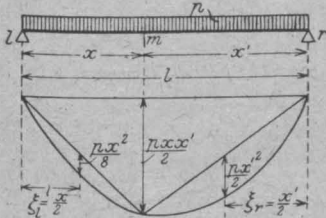


Fig. 8.

$$M_l = M_r = 0;$$

$$M_m = \frac{p x x'}{2};$$

$$L_0 = \frac{p x^4}{24};$$

$$R_0 = \frac{p x'^4}{24};$$

$$6 E J \frac{x + x'}{x x'} \delta_m = \frac{6}{x} \cdot \frac{p x^4}{24} + \frac{6}{x'} \cdot \frac{p x'^4}{24} + \frac{2 p x x'}{2} (x + x');$$

$$\delta_m = \frac{p x^2 x'^2}{61} \left[ 1 + \frac{x^3 + x'^3}{4 x x'} \right] \quad \dots (9)$$

Führt man für  $x'$  den Wert  $l - x$  ein, dann läßt sich Gleichung (9) auf die bekannte Form der Gleichung der elastischen Linie bringen:

$$\delta_m = \frac{p l^4}{24 E J} \left[ \frac{x}{l} - 2 \frac{x^3}{l^3} + \frac{x^4}{l^4} \right].$$

Für  $x = x' = \frac{l}{2}$  wird in Balkenmitte:

$$\delta_m = \frac{5}{384} \cdot \frac{p l^4}{E J} \quad \dots (10)$$

Beispiel 5. Für gleichmäßig verteilte Belastung  $p$  wird der Horizontalschub des Zweigelenkrahmens:

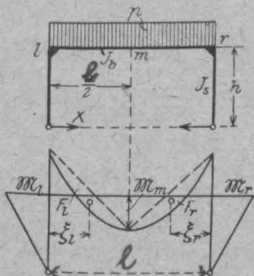


Fig. 9.

$$X_p = \frac{p l^2}{12 h \mu} \quad (\text{Fig. 9}).$$

Die Momente werden:

$$M_l = M_r = -\frac{p l^2}{12 \mu};$$

$$M_m = \frac{p l^2}{8} - \frac{p l^2}{12 \mu}$$

$$= \frac{p l^2}{8} \left[ 1 - \frac{2}{3 \mu} \right];$$

$$L_0 = R_0 = \frac{p l^4}{16 \cdot 24} \cdot \frac{1}{\mu}$$

Aus Gleichung (III) erhält man für den Punkt m (vgl. Fig. 9):

$$6 E J_b \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} \delta_m = \frac{6}{1} \cdot \frac{p l^4}{16 \cdot 24} \cdot 2$$

$$- 2 \frac{p l^2}{12 \mu} \cdot \frac{1}{2} + \frac{p l^2}{8} \left[ 1 - \frac{2}{3 \mu} \right] \cdot 2 l;$$

$$\delta_m = \frac{p l^4}{384 E J_b} \left[ 5 - \frac{4}{\mu} \right] \quad \dots (11)$$

Die Formel läßt den herabmindernden Einfluß der Rahmenwirkung deutlich erkennen.

Mit Hilfe der Formeln (8) und (11) kann man auf einfache Weise die Größe  $X_b$  des zweifach statisch unbestimmten Systems nach Fig. 10 für eine gleichmäßig verteilte Belastung  $p$  berechnen. Wäre  $X_b = 0$ , würde die Durchbiegung in m nach Formel 11 betragen:

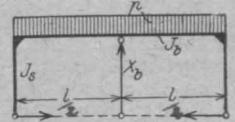


Fig. 10.

$$\frac{p l^4}{384 E J_b} \left[ 5 - \frac{4}{\mu} \right].$$

Diese Durchbiegung muß nun aber  $X_b$  zurückdrücken, da in Wirklichkeit infolge des starren Auflagers in m die Durchbiegung 0 sein muß. Die Durchbiegung infolge der Einzelkraft  $X_b$  beträgt nach Formel (8):

$$X_b \frac{l^3}{192} \left[ 4 - \frac{3}{\mu} \right] \frac{1}{E J_b}.$$

Durch Gleichsetzen dieser beiden Werte erhält man:

$$X_b \frac{l^3}{192} \left[ 4 - \frac{3}{\mu} \right] \frac{1}{E J_b} = \frac{p l^4}{384 E J} \left[ 5 - \frac{4}{\mu} \right],$$

also:

$$X_b = \frac{p l}{2} \cdot \frac{5 \mu - 4}{4 \mu - 3} \quad \dots (12)$$

7.

Es liegt ein Gebilde aus vollwandigen, beliebig gerichteten Stäben vor, die in ihren Knotenpunkten biegezugsfest miteinander verbunden sind.

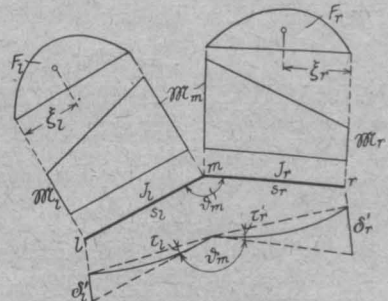


Fig. 11.

Die einzelnen Stäbe haben verschiedene Trägheitsmomente  $J$ . Beliebige angreifende und widerstehende Kräfte halten sich an diesem Stabzuge

das Gleichgewicht. Gesucht wird die Durchbiegung  $\delta_m$  des Knotenpunktes  $m$  in beliebiger Richtung. In der folgenden Untersuchung wird diese Richtung lotrecht angenommen.

Nach der Biegung beträgt die Winkeländerung mit Rücksicht auf Fig. 11:

$$\Delta \vartheta_m = \tau_l + \tau_r = \frac{\delta_l'}{s_l} + \frac{\delta_r'}{s_r} \quad (13)$$

Für  $\delta_l'$  und  $\delta_r'$  gelten bei beliebiger Belastung die Formeln (4a) und (5a), in denen jetzt für den Stab  $s_l$  das Trägheitsmoment  $J_l$ , für  $s_r$   $J_r$  zu setzen ist. Führt man die Abkürzung ein

$$s_l' = s_l \frac{J_c}{J_l} \quad \text{und} \quad s_r' = s_r \frac{J_c}{J_r},$$

wobei  $J_c$  ein beliebiges konstantes Trägheitsmoment bezeichnet, so erhält man nach Einsetzen der  $\delta'$ -Werte in Gl. (13):

$$6 E J_c \Delta \vartheta_m = \frac{6 L_0}{s_l'} + \frac{6 R_0}{s_r'} + M_l s_l' + 2 M_m (s_l' + s_r') + M_r s_r' \quad (14)$$

Beachtet man nun, daß die Biegelinie als ein Seilpolygon aufgefaßt werden kann, das zu den in den Knotenpunkten angreifenden elastischen Gewichten

$$w_m = \Delta \vartheta_m$$

gezeichnet wird, mißt man ferner die lotrechte Verschiebung des Punktes  $m$  in bezug auf die Verbindungslinie der Verschiebungen der

Nachbarknotenpunkte  $l'$  und  $r'$  (Fig. 12), so ist  $\delta_m$  als Moment eines einfachen Balkens zu berechnen,

Fig. 12.

dessen Spannweite  $\lambda_l + \lambda_r$  ist und der mit der Einzellast  $\Delta \vartheta_m$  belastet ist:

$$\delta_m = \Delta \vartheta_m \frac{\lambda_l \lambda_r}{\lambda_l + \lambda_r}.$$

Mit Rücksicht auf Formel (14) wird dann

$$6 E J_c \left[ \frac{\lambda_l + \lambda_r}{\lambda_l \lambda_r} \right] \delta_m = \frac{6 L_0}{s_l'} + \frac{6 R_0}{s_r'} + M_l s_l' + 2 M_m (s_l' + s_r') + M_r s_r' \quad (IV)$$

Sind die senkrechten Durchbiegungen der Knotenpunkte  $l$ ,  $m$ ,  $r$  durch die Strecken  $\eta_l$ ,  $\eta_m$ ,  $\eta_r$  gegeben (Fig. 13), wobei die  $\eta$  von einer beliebigen

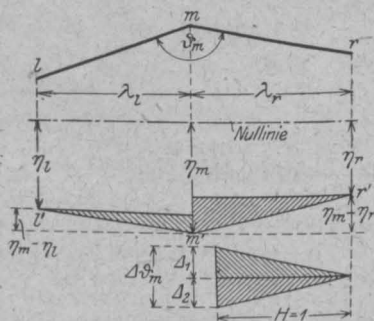


Fig. 13.

Nulllinie gemessen können, dann ergibt sich aus der Ähnlichkeit der gleich schraffierten Dreiecke:

$$\Delta \vartheta_m = \Delta_1 + \Delta_2 = \frac{\eta_m - \eta_l}{\lambda_l} + \frac{\eta_m - \eta_r}{\lambda_r}$$

und die Formel (14) geht über in:

$$6 E J_c \left[ \frac{\eta_m - \eta_l}{\lambda_l} + \frac{\eta_m - \eta_r}{\lambda_r} \right] = \frac{6 L_0}{s_l'} + \frac{6 R_0}{s_r'} + M_l s_l' + 2 M_m (s_l' + s_r') + M_r s_r' \quad (V)$$

Für den Sonderfall des horizontalen, geraden Stabzuges erhält man aus den Gleichungen (IV) und (V) die Dreimomente-Gleichung des kontinuierlichen Trägers mit wechselndem Querschnitt innerhalb der einzelnen Öffnungen.

## DIE QUERSCHNITTSFESTSETZUNG VON EISENBETONKÖRPERN BEI EINSELTIG, ABER INNERHALB DES KERNS ANGREIFENDEN LÄNGSKRÄFTEN.

Von Reg.-Baumeister Dr.-Ing. W. Kunze, Dresden.

In Heft 2 des Jahrganges 1918 dieser Zeitschrift habe ich Tabellen zur Querschnittsbestimmung für den Fall, daß die Längskraft außerhalb des Kernes angreift, daß also im Querschnitte eine Zugzone auftritt, veröffentlicht. Die Ableitung der Tabellen ging von der kubischen Gleichung Mörschs aus, während meine früher, im Jahrgang 1916, Heft 8, veröffentlichten Tabellen aus der nach Lösers Vorschläge entwickelten Gleichung

vierten Grades aufgestellt waren. Der Gedankengang in beiden Arbeiten ist aber der gleiche.

Für den Fall, daß die Längskraft innerhalb des Kernes angreift, habe ich in der genannten ersten Arbeit auf die Anwendung der Gleichung  $\sigma = \frac{P}{F} \pm \frac{M}{W}$  verwiesen. Es liegen dann, da eine aus dem Querschnitte auszuschneidende Betonzugzone nicht vorkommt, die Verhältnisse sehr ein-

fach. In die Größe  $F$  ist außer dem vollen Beton- der 15fache Eisenquerschnitt einzusetzen und ebenso ist in dem Widerstandsmoment außer der Beton- die Eisenfläche zu berücksichtigen.

Liegt nun ein bestimmter Belastungsfall vor, so ist die Höhe und die Breite und die Eisen- einlage anzunehmen und die Randspannung

nach der Formel  $\sigma = \frac{P}{F} \pm \frac{M}{W}$  zu untersuchen.

Gewöhnlich werden verschiedene Annahmen nach- geprüft werden müssen, ehe man einen ausreichen- den aber andererseits auch nicht übergroßen Quer- schnitt erhält.

Eine Vereinfachung würde es mit sich bringen, wenn man Tabellen für die Größen  $F$  und  $W$  benutzen könnte, in denen die Flächen

$$b h + 15 (f_e + f_e')$$

und die Widerstandsmomente

$$\left[ \frac{b H^3}{12} + n 2 f_e \left( \frac{h}{2} \right)^2 \right] \cdot \frac{2}{H}$$

für verschiedene Eisengehalte zusammengestellt wären. Die Werte würden auf 1 cm Breite zu beziehen sein und in der Form  $F = c_1 H$  und  $W = c_2 H^2$  erscheinen. Hierbei ist  $H$  die gesamte,  $h$  die um den Randabstand der Eisen verminderte Querschnittshöhe.

Einfacher als dies ist jedoch die Verwendung einer Tabelle, die Ing. W. J. Wisselink in der holl- ländischen Zeitschrift Gewapend Beton, Mai- heft 1918, veröffentlicht. Der Gedankengang ist, wie Herr W. auch betont, fast genau der gleiche wie bei meiner Ableitung:

Es werden die Gleichgewichtsgleichungen

1. der inneren und äußeren Kräfte und
2. der inneren und äußeren Momente aufge- stellt.

Dann wird die Proportionalitätsgleichung der Spannungen und Nulllinienentfernungen hinzuge- zogen, die Bewehrung  $f_e$  durch 0,005 . . 0,006 . . usw.  $H$  ausgedrückt, die relative Exzentrizität  $\frac{e}{N}$  eingeführt, der Randabstand  $c = 0,075 H$  ge- setzt und die Randspannung  $\sigma_b$  zu 40 kg/qcm (oder 30, oder 50 usw.) angenommen.

Dann ergibt sich, wie in meiner Ableitung,

$$H = k_1 N \quad \text{und} \quad f_e = f_e' = k_2 N$$

wobei  $k_2 = 0,005 k_1$  oder  $0,006 k_1$  usw., je nach dem anfänglich angenommenen Eisengehalte.

Die Größen  $k_1$  sind in einer Tabelle zusammen- gestellt, die für  $\sigma_b = 40 \text{ kg/qcm}$  gilt.  $n = 15$ .

Tabelle der Beiwerte  $k$  zur Bestimmung von  $H$ .

$\frac{e}{N}$	für $f_e' = f_e$ $= 0,5 \%$ $k$	für $f_e' = f_e$ $= 0,6 \%$ $k$	für $f_e' = f_e$ $= 0,7 \%$ $k$	für $f_e' = f_e$ $= 0,8 \%$ $k$	für $f_e' = f_e$ $= 0,9 \%$ $k$	für $f_e = f_e'$ $= 1,0 \%$ $k$	für $f_e = f_e'$ $= 1,1 \%$ $k$	für $f_e = f_e'$ $= 1,2 \%$ $k$
0,0000	0,02174	0,02119	0,02066	0,02016	0,01969	0,01924	0,01880	0,01838
0,0005	2409	2349	2291	2237	2185	2137	2089	0,02044
10	2608	2543	2481	2423	2368	2316	2216	2218
15	2784	2715	2650	2588	2529	2475	2421	2371
20	2943	2871	2802	2737	2676	2618	2562	2509
25	3090	3014	2942	2874	2810	2750	2692	2637
30	3227	3147	3072	3002	2936	2873	2813	2755
35	3355	3273	3195	3122	3053	2989	2926	2866
40	3476	3392	3311	3236	3165	3098	3033	2972
45	3592	3505	3422	3344	3270	3202	3135	3072
50	3703	3612	3527	3447	3372	3301	3233	3168
55	3809	3716	3628	3546	3469	3396	3326	3260
60	3911	3816	3726	3642	3562	3488	3416	3348
65	4009	3912	3820	3734	3652	3576	3503	3433
70	4105	4005	3911	3823	3740	3662	3587	3516
75	4197	4095	3999	3909	3824	3745	3668	3595
80	4287	4183	4085	3993	3906	3825	3747	3673
max. Werte	0,04348	0,04238	0,04132	0,04032	0,03937	0,03847	0,03759	0,03676

$\sigma_b = 40 \text{ kg/qcm}$ .

Normalkraft =  $N$  (in kg)

Breite =  $b$  (in cm)

Normalkraft auf 1 cm Breite  $N = \frac{N}{b}$  (in kg)

Relative Exzentrizität  $\frac{e}{N} = \frac{e b}{N}$

Querschnittshöhe  $H = k N$  (in cm).

Herr Wisselink hat in Diagrammen weiterhin Hilfsmittel zur unmittelbaren Bestimmung von  $H$  aus  $\frac{e}{N}$  gegeben, die für den Fall, daß  $\sigma_b$  andere Werte als 40 kg/qcm erreichen sollen, gelten. Er hat es als erwünscht bezeichnet, daß auch meine Tabellen diesen Fällen Rechnung trügen. Meines Erachtens bedarf es dessen jedoch nicht. Es ist ohne weiteres einzusehen, daß die von  $\sigma_b = 40$  kg/qcm abweichende Randspannung sich ergibt, wenn man die tatsächliche Normalkraft durch eine im richtigen Verhältnis veränderte beim Gebrauche der Tabellen ersetzt. Will man z. B.  $\sigma_b = 35$  kg/qcm erreichen, so gehe man statt mit der gegebenen Kraft  $N$  mit einer Kraft  $N' = \frac{N \cdot 40}{35}$  in die Tabellen.

Bei den so bestimmten Abmessungen des Querschnittes stellt sich dann von selbst die Randspannung  $\sigma_b = 35$  kg/qcm ein, wenn man nur die Kraft  $N$  in ihrer wirklichen Größe auf den Querschnitt wirken läßt. Denn es verhalten sich dann die Randspannungen wie die Normalkräfte:

$$\frac{\sigma_b}{40} = \frac{N}{N'} = \frac{N}{N \cdot \frac{40}{35}} = \frac{35}{40}; \quad \underline{\sigma_b = 35 \text{ kg/qcm.}}$$

Deshalb ist oben nur die für  $\sigma_b = 40$  kg/qcm geltende Tabelle wiedergegeben worden.

Da dies Verfahren von Wisselink eine sehr angenehme Arbeitsverminderung beim Entwerfen bietet, dürfte den deutschen Lesern, denen die holländische Zeitschrift nicht immer zur Verfügung steht, mit der Wiedergabe der Tabelle vielleicht ein Dienst erwiesen sein.

Zwei Beispiele mögen den Gebrauch der Tabelle zeigen.

#### 1. Beispiel.

$$\left. \begin{array}{l} \mathfrak{N} = 50\,000 \text{ kg} \\ M = 400\,000 \text{ kgcm} \end{array} \right\} e = \frac{M}{\mathfrak{N}} = \frac{400\,000}{50\,000} = 8 \text{ cm};$$

b angenommen zu 25 cm

$$N = \frac{\mathfrak{N}}{b} = \frac{50\,000}{25} = 2000 \text{ kg}$$

$\sigma_b$  soll 40 kg/qcm und  $fe = fe' = 1\%$  des Betonquerschnittes betragen.

Die Tabelle liefert dann für den Wert

$$\frac{e}{N} = \frac{8}{2000} = 0,0040 \text{ den Wert } k = 0,03098.$$

$$H = 0,03098 N = 0,03098 \cdot 2000 = 61,96 = \text{rd. } \underline{62 \text{ cm}}$$

$$fe = fe' = 62 \cdot 25 \cdot 0,01 = \underline{15,5 \text{ qcm}}$$

$$fe + fe' = 2 \cdot 15,5 = \underline{31 \text{ qcm.}}$$

#### 2. Beispiel.

$$\left. \begin{array}{l} \mathfrak{N} = 60\,000 \text{ kg} \\ M = 120\,000 \text{ kgcm} \end{array} \right\} e = \frac{M}{\mathfrak{N}} = \frac{120\,000}{60\,000} = 2 \text{ cm}$$

b angenommen zu 40 cm

$$N = \frac{\mathfrak{N}}{b} = \frac{60\,000}{40} = 1500 \text{ kg}$$

$\sigma_b$  soll 35 kg/qcm betragen,  $fe = fe' = 0,8\%$  des Betonquerschnittes sein.

Umwandlung der Normalkraft  $N$ .

$$N' = N \frac{40}{35} = 15 \cdot \frac{40}{35} = 1714$$

$$\frac{e}{N'} = \frac{2}{1714} = 0,00117.$$

Hierfür mit Zwischenschaltung:

$$k = 0,02423 + \frac{0,00196}{5,0} \cdot 1,7 = 0,02423 + 0,00065 = 0,02488$$

$$H = k N' = 0,02488 \cdot 1714 = 42,8 \text{ cm} = \text{rd. } \underline{43 \text{ cm}}$$

$$fe = fe' = 43 \cdot 40 \cdot 0,008 = \underline{13,75 \text{ qcm}}$$

$$fe + fe' = \underline{27,50 \text{ qcm.}}$$

## DER MITTELRHEINISCHE UND DER BAYERISCHE TRASS.

(Entgegnung auf den Aufsatz: „Der Bayerische Traß und seine Bedeutung für Österreich-Ungarn“ in Heft 1/2 der Wochenschrift für öffentlichen Baudienst, Wien, 2. und 9. Januar 1919\*.)

Von Dr.-Ing. E. h. A. Hambloch in Andernach, Vorsitzender des Deutschen Traßbundes.

Den Ausführungen, die Herr H. Lingl aus München über das obige Thema an der angegebenen Stelle veröffentlicht hat, kann in Wahrung wissenschaftlicher Wahrheit nicht nachdrücklich genug entgegengetreten werden. Herr Lingl nämlich hat es darin unternommen, von dem altbewährten rheinischen Trasse aus Römerzeiten

kurzweg auch auf ein Gesteinsvorkommen in Bayern, als in gleicher Art als Traß geeignet und bewährt, zu schließen. Dabei sind aber Herrn Lingl sehr viele Irrtümer unterlaufen, die der Richtigstellung bedürfen, damit nicht eine allgemeine Verwirrung über den Wert des wirklichen echten Trasses aus dem Gebiete des Laacher Sees (Mittelrhein) zum Schaden der ganzen Bautechnik entsteht.

Herr Lingl begeht schon in seinem ersten Satze einen Fehler, indem er Traß als im Volksmund kurzweg „Backofenstein“ genannt erklärt,

\*) Da der Aufsatz die für viele unserer Leser interessante allgemeine Frage: das Verhältnis des mittelrheinischen zum bayerischen Traß behandelt, dürften die vorstehenden Darlegungen vielseitig willkommen sein.



der auch feuerfest sein soll. Beides ist nicht richtig. Unter Backofenstein versteht man vielmehr keinen Traß, sondern nur den auch in der Gegend des rheinischen Trasses vorkommenden Leuzittuffstein, und zwar vorwiegend ein solches Vorkommen bei dem Laacher See-Orte Bell. Dieser Leuzittuffstein ist auch vom Trasse wesensverschieden. Während der Traß ein Produkt trachytischer Vulkanmassen ist und als Bildungsprodukt einer Schlammlava anzusehen ist, entstammt der Leuzittuff, also auch der Backofenstein phonolithischen Gesteinsmassen. Die Ablagerung geschah als Trockentuff. So wurde auch der sogenannte bayrische Traß gebildet. Deshalb kennzeichnet er sich auch schon in diesem Anfangsstadium als etwas Grundverschiedenes von dem rheinischen Traß. Aber gerade der Bildung des rheinischen Trasses als Schlammlava und der damit verbundenen „Abschreckung“ infolge Berührung der glutflüssig gewesenen Lavamassen mit Wasser und Wasserdämpfen verdankt der rheinische Traß seine seit Jahrtausenden bewährte Eigenschaft, in Verbindung mit Löschkalk unter Einwirkung von Wasser oder Feuchtigkeit steinartig zu erhärten\*).

Mit dieser Behauptung der verschiedenen Entstehungsweisen des rheinischen Trasses und des Gesteinsvorkommens aus dem Bayerischen Ries, befinde ich mich in guter Gesellschaft, nämlich in derjenigen des größten verstorbenen bayerischen Geologen Gümbel. Vergl. Mitteilungen der Zeitschrift der Deutschen Geologischen Gesellschaft vom Jahre 1879, Kapitel X „Über Peperine“, Seite 561 beginnend. Dort heißt es am Schlusse wörtlich: „.....Es möge schließlich noch erwähnt werden, daß die Tuffe des Rieses nach Gümbel Trockentuffe sind, d. h. ohne Mitwirkung des Wassers abgelagert wurden, daß sie sich also darin wesentlich von den Trassen des Brohltales (das ist rheinischer Traß) unterscheiden, mit denen sie somit weiter nichts gemein haben als ihre Vulgarbezeichnung.“

Auch sonst bietet die vorbezeichnete Abhandlung noch andere Anhaltspunkte über die Grundverschiedenheit des Tuffes aus dem Bayerischen Ries gegenüber rheinischem Traß.

In petrographischer Beziehung — vergl. auch meine Abhandlung „Die Monographie des Trasses“ 1908 — gehört der Riestuff zu den Rhyolith- bzw. Liparituffen. Diese sind Quarztrachyttuffe. Der Rheinische Traß ist, dem auch wieder entgegen, ein vollständig quarzfreies Gestein.

So verschieden nun die Entstehung des Riestuffes ist — die Bezeichnung Riestraß ist m. E. nach den heute geltenden „Normenbestimmungen für Traß“\*) nicht statthaft — so verschieden ist auch das bayrische Gesteinsprodukt im Gegensatz zum rheinischen Trasse in seiner mörteltechnischen Wirkung. Herr Lingl hat es zwar unternommen, einige wenige Zahlen über mit Riestuffmehl und Löschkalk in Gegenüberstellung mit rheinischem Traß angestellte Versuche anzugeben, womit bewiesen werden soll, daß beide Arten — er bezeichnet das Produkt aus Riestuff mit „Kesseltautraß“ und den rheinischen Traß mit „Netteltautraß“ — gleichwertige hydraulische Zuschläge seien. Hierzu kann ich nur bemerken, daß die von Herrn Lingl angeführten Ziffern für Kesseltautraß bei meinen umfassenden Versuchen keinerlei Bestätigung gefunden haben. Es müssen hier Irrtümer vorwalten. Ich teile deshalb hier die Ergebnisse einer größeren Anzahl von Versuchen mit, die auf absolute Zuverlässigkeit Anspruch machen und die von mir im Jahre 1912 angestellt wurden. Dabei muß ich noch besonders hervorheben, daß auch die Angabe des Herrn Lingl nicht richtig ist, daß der Riestuff in seiner Raumeinheit ebenfalls dem rheinischen Trasse gleich sein soll, d. h. daß ein Liter ein Gewicht von nur 1000 Gramm hat. Ich fand vielmehr für den Riestuff für 1 Liter die gleiche Zahl wie für Zement, das sind 1500 Gramm.

Die folgenden Zahlen (S. 206) mögen ein besseres Bild über die Unwertigkeit des Riestuffes gegenüber dem rheinischen Trasse bilden, als dies nach den Linglschen Ausführungen angenommen werden muß.

Die umstehenden Zahlen stellen jedesmal Mittelwerte dar aus je 10 Zugprobe- und je 5 Druckprobekörpern.

Die durchschnittliche Erhärtungstemperatur des Wassers war die folgende:

- a) für 3—7-tägige Proben 18,7° C.
- b) „ 14—21 „ „ 17,95° C.
- c) „ 28 „ „ 17,82° C.
- d) „ Proben nach 6 Wochen 17,76° C.

Die relative Luftfeuchtigkeit betrug im Durchschnitt unter

- a) = 62 0/0, b) = 51 0/0, c) = 55 0/0, d) = 60 0/0.

Herr Lingl hat auch auf die Mitverwendung von Riestuff zum Zement hingewiesen und stützte sich dabei auf Versuche, die im Mechanisch-Technischen Laboratorium der Technischen Hochschule in München vorgenommen wurden. Leider aber hat hier Herr Lingl vergessen, auch Vergleichs-

\*) Siehe die Abhandlung vom Verfasser „Das Hydratwasser im Traß“, Berlin, Zeitschrift *Armierter Beton*, 1911.

\*) Siehe Beschlüsse des Deutschen Verbandes für die Materialprüfungen der Technik, Darmstadt 1908.

## A. Riestuff:

Mischungen: Raumteile:		Zug- und Druckfestigkeit kg/qcm:					
		Alter nach Tagen und Wochen:					
		Tagen	Tagen	Tagen	Tagen	Tagen	Wochen
		3	7	14	21	28	6
1 Riestuff	= 1500 Gramm auf 1 Liter						
1 Fettkalkteig	= 1400 " " "						
1 Rheinsand	= 1500 " " "						
(normalkörnig)							
1 R.:1 K.:1 S. + 0,0 W.	Zugfestigkeit:	1,40	3,85	5,95	7,73	8,10	11,13
1 R.:1 K.:1 S. + 0,0 W.	Druckfestigkeit:	—	—	34	—	63	—
1½ R.:1 K.:1 S. + 0,095 W.	Zugfestigkeit:	1,55	3,90	6,30	7,96	9,55	11,63
1½ R.:1 K.:1 S. + 0,095 W.	Druckfestigkeit:	—	—	35	—	64	—
1½ R.:1½ K.:2 S. + 0,185 W.	Zugfestigkeit:	1,32	3,79	6,50	8,58	10,53	11,80
1½ R.:1½ K.:2 S. + 0,185 W.	Druckfestigkeit:	—	—	31	—	44	—
1½ R.:2 K.:3 S. + 0,225 W.	Zugfestigkeit:	1,10	2,05	3,95	6,40	7,85	10,20
1½ R.:2 K.:3 S. + 0,225 W.	Druckfestigkeit:	—	—	22	—	35	—

## B. Rheinischer Traß.

Mischungen: Raumteile:		Zug- und Druckfestigkeit kg/qcm:					
		Alter nach Tagen und Wochen:					
		Tagen	Tagen	Tagen	Tagen	Tagen	Wochen
		3	7	14	21	28	6
1 rhein. Traß	= 1000 Gramm auf 1 Liter						
1 Fettkalkteig	= 1400 " " "						
1 Rheinsand	= 1500 " " "						
(normalkörnig)							
1 T.:1 K.:1 S. + 0,0 W.	Zugfestigkeit:	7,71	12,50	19,10	21,90	23,40	24,60
1 T.:1 K.:1 S. + 0,0 W.	Druckfestigkeit:	—	—	84	—	107	—
1½ T.:1 K.:1 S. + 0,095 W.	Zugfestigkeit:	7,01	13,90	19,63	21,15	23,90	25,95
1½ T.:1 K.:1 S. + 0,095 W.	Druckfestigkeit:	—	—	111	—	140	—
1½ T.:1½ K.:2 S. + 0,185 W.	Zugfestigkeit:	3,94	10,50	20,50	21,10	21,90	22,85
1½ T.:1½ K.:2 S. + 0,185 W.	Druckfestigkeit:	—	—	104	—	122	—
1½ T.:2 K.:3 S. + 0,225 W.	Zugfestigkeit:	3,85	10,15	19,63	20,40	21,15	21,95
1½ T.:2 K.:3 S. + 0,225 W.	Druckfestigkeit:	—	—	90	—	112	—

proben mit rheinischem Trasse vorzusehen, sodaß also in dieser Beziehung eine Kritik der Lingl'schen Angaben nicht möglich ist.

Ein besonders schwerwiegender Irrtum ist Herrn Lingl auch darin untergelaufen, daß die beiden Gesteinsarten aus dem Rheinischen Brohltale und dem Bayerischen Riese chemisch fast gleich seien. Damit ist aber gar nichts bewiesen, denn es steht fest, daß eine ganze Reihe saurer vulkanischer Gesteine in ihrer chemischen Zusammensetzung gleich sind, ohne aber in ihrer chemischen Wechselwirkung gleiche Fähigkeiten zu besitzen. Dabei darf ich nur auf den rheinischen Bimssand und den rheinischen Traß hinweisen, die nicht nur chemisch völlig gleich sind, sondern auch aus dem gleichen Grundgestein, das ist Trachyt, bestehen. Während nun der

rheinische Traß die schon an früherer Stelle infolge seiner Entstehungsweise hervorgehobenen hydraulischen Eigenschaften hat, gehen solche dem rheinischen Bimssande bekanntlich vollständig ab. Derselbe ist vielmehr in Wechselwirkung mit Kalk absolut neutral bzw. geht keine chemische Verbindung mit solchem ein.

Es würde zu weit führen, wenn ich nun auf alle einzelnen Behauptungen Herrn Lingl's eingehen wollte, um solche zu widerlegen. Es sei mir deshalb gestattet, nochmals zusammenfassend zu sagen, daß alles, was Herr Lingl vorgebracht hat in bezug auf Bewährung des alten Mörtelbildners Traß, nur auf diesen Anwendung findet, nicht aber auf das von ihm besonders auch für Österreich als wertvoll bezeichnete Mahlprodukt aus dem bayerischen Riestuffe. Ein

solcher Hinweis muß vielmehr strengstens zurückgewiesen werden, weil er nur Fehlschläge in der Baupraxis zur Folge haben kann.

Das bayerische Material ist auch trotz der Versuche des Pfalzbayerischen Ingenieur-Hauptmanns Carl von Caspers (1792) kein Material wie der rheinische Traß und hat sich infolgedessen auch nicht, wie Herr Lingl schreibt, ein Jahrhundert lang mit bestem Erfolge bewährt. Die Versuche vielmehr liegen nur über hundert Jahre zurück und dabei ist es geblieben. Herr von Caspers hat einfach aus seiner Kenntnis des rheinischen Trasses infolge seiner Tätigkeit damals in Düsseldorf geglaubt, auch in dem bayerischen Vorkommen, weil es in seiner Tuffart naturgemäß mit dem rheinischen Traßmaterial äußerlich übereinstimmende Kennzeichen hat, eine gleiche Verwendungsmöglichkeit zu finden. Dies muß aber verneint werden, denn seine Erfahrungen nur bei einem Trockenmauerwerk mit gutem Kalk — und bei der Verwendung des Riestuffes bei der Bahnbrücke Nr. 57 über die Wörnitz bei Oettingen im Jahre 1846 kann auch nur dasselbe vorliegen — berechtigen keineswegs, dem gemahlenen Tuffmaterial aus dem Ries die Fähigkeiten als Mörtelbildner, wie es der rheinische Traß ist, besonders zu allen Wasserbauten zuzusprechen. Derartige gute Erfahrungen, wie sie Herr von Caspers bei dem Festungsbau mit Riestuffmaterial machte, hätte man m. M. fraglos auch mit jedem chemisch neutralen Gesteinsmehle erzielt.

Nach allem diesem kann ich nur mit einer eindringlichen Warnung an alle Bauinteressentenkreise Österreichs, von denen ja ein großer Teil den wirklichen echten Traß vom Rhein aus prak-

tischer Anschauung von den mannigfachen Talsperrenbauten in Böhmen und Mähren bereits gut kennt, schließen, sich nicht durch den Linglschen Aufsatz veranlaßt zu sehen, das bayerische Tuffmaterial dem rheinischen Trasse in seiner anerkannten Bewährung gleich zu erachten. Ich bitte vielmehr alle diese Kreise, sich selbst an Hand von Versuchen ein Urteil über das Verhalten der beiden hier besprochenen Materialien in Versuchsanstalten und in der Praxis bilden zu wollen. Das Versuchsmaterial hierfür stellt der Deutsche Traß-Bund, Sitz in Andernach a. Rhein, in Rücksicht auf die Ergründung wissenschaftlicher Tatsachen und Wahrheiten stets gerne zur Verfügung.

Diese Vergleichsversuche aber, und darauf muß ich für die Erkenntnis der vorliegenden Frage besonders hinweisen, haben nur nach den Grundsätzen der Traßnormenproben zu erfolgen, nämlich es muß Traß-Kalk-Mörtel geprüft werden und nicht Traß-Zement-Mörtel. In letzterem Falle liefern nicht nur die verschiedenen Zemente auseinanderlaufende Ergebnisse, sondern es wirkt in diesem Falle auch der Zusatz von Traß bzw. Tuffmaterial, insonderheit bei kalkarmen Zementen, nur mechanisch, indem sich diese Zusätze nach dem Massenwirkungsgesetze infolge vermehrter Oberflächenspannung äußern. Derartige Prüfungsbefunde kann man aber auch mit einfachen überall vorkommenden Steinmehlen und erst recht, wenn sie fein aufbereitet sind, erreichen und braucht dazu nicht teure Transporte zu bezahlen. Sie können deshalb aber auch nicht mit dem tatsächlich chemisch wirkenden hydraulischen Mörtelzuschlage, dem rheinischen Trasse, verglichen werden.

## LITERATURSCHAU.

*Bearbeitet von Regierungsbaumeister Dr.-Ing. W. Kunze, Dresden.*

### I. Der Baustoff.

Seine Herstellung, Bearbeitung und Eigenschaften. Baustoffuntersuchungen.

Hochofenzement. Von Feodor Ast, jun. Da Portlandzement nicht zu erhalten ist, wird oft Hochofenzement zur Herstellung auch hochwertiger Zementwaren verwendet. Die Erfahrungen sollen aber nicht günstig sein. Um Klarheit darüber zu gewinnen, wird eine Aussprache darüber in der Tonind.-Ztg. angeregt. Tonind.-Ztg. 1919 Nr. 73.

Weitere Untersuchungen über Rostschutz. Von Prof. Bruno Zschokke, Adjunkt der Eidgenössischen Materialprüfungs-Anstalt. Die Untersuchungsergebnisse dürften auch bei der Bearbeitung der Rostfrage durch Eisenbetonleute Beachtung verdienen. Sie sind veröffentlicht in der Schweiz. B.-Ztg. 1919 vom 17. und 24. Mai.

Leichtbeton. Ein Beton, der unter Verwendung künstlichen Bimskieses erzeugt wird,

wird in Beton und Eisen 1919, Heft 9/10, beschrieben. Körniger Sand wird mit Kalkbrei und Zement zu einer porigen Masse vereinigt und nach dem Erhärten gebrochen. Alsdann wird der so entstandene porige Kies wie Bimskies zu Beton verarbeitet.

Beton-Ersatz. Die Wochenschr. f. d. öftl. Baudienst bringt in Nr. 18, 1919 eine kurze Mitteilung über einen in Oakland (V. St.) aufgefundenen neuen Baustoff von geringem Gewicht und großer Festigkeit, der den Namen Slonex trägt. Außer diesen allgemeinen Angaben wird nichts mitgeteilt.

### II. Theorie.

Festigkeitslehre, Statik, Bemessungsverfahren.

Zugspannungen des Betons im Eisenbetonbau. Von Ing. O. Leuprecht, Basel. Der Schriftsatz befaßt sich mit einer Be-



sprechung und Anwendung der bereits in der Schweiz. Bau-Ztg. vom 29. September 1917 veröffentlichten Kurventafel, die für  $E_d : E_z = \text{variabel}$  gilt. Es werden behandelt: I. Reine Biegung, doppelte Armierung: 1. rechteckiger und quadratischer Querschnitt Fall a)  $E_d = E_z$ , Fall b)  $E_d : E_z = \epsilon$ ; 2. plattenbalkenförmiger Querschnitt. Fall a und b; II. exzentrische Belastung: Die hier angewandte Superpositionsformel  $\sigma = \frac{N}{F} \pm \frac{Ne}{W}$  gilt nur für kleine Momente! Schweizerische Bau-Ztg. vom 7. Juni 1919.

Einseitige Plattenbalken. Über die rechnerische Behandlung einseitiger Plattenbalken, also solcher, bei denen die Druckplatte nur an einer Seite des Steges vorhanden ist, erscheint in Beton und Eisen 1919, Heft 9/10, eine Auslassung von Rgbmstr. Dr. Kunze, nach welcher mit wagechter Nulllinienlage gerechnet werden solle, sowie eine weitere Zuschrift, die die von Ing. Hartschen in Beton und Eisen 1918, Heft 17/18, ausgerechneten Randspannungen als zu hoch bezeichnet. Die Unrichtigkeit der Lösungsweise nach Hartschen wird nachgewiesen.

Mathematische Ermittlung der Bogenform für nach der Eigengewichtsstützzlinie geformte Gewölbe mit voller Auffüllung (ohne Spanndrillmauern oder Entlastungsbögen). Von Dipl.-Ing. Felix Kann. Die interessante, kurze Arbeit verfolgt etwa den gleichen Zweck wie er von Kögler in seiner Vereinfachten Berechnung eingespannter Gewölbe (Berlin 1913) und von Ingenieur-Hauptmann W. Schreiber in seinen Tabellen für das Auftragen der Gewölbestützzlinien nach Ordinaten (Schultz & Co., Straßburg 1884) erreicht ist. Die Kannsche Ableitung findet sich in der D. B.-Ztg. 1919, Mitt. f. Z. u. B. Nr. 12.

Stützmauer aus Beton oder Eisenbeton. D. R. P. 293 959, Alfons Schröter in Berlin. Erläuterungen mit Abbildungen über die seit längerer Zeit bekannte, auch in der Literatur früher schon behandelte Gelenkstützmauer, deren Vorteil in der Ersparnis an Baustoffen und Gründungsarbeit besteht. Zentralbl. d. Bauv. 1919, Nr. 49. (Vgl. Lit.-Schau 1918, S. 203.)

### III. Versuche mit Eisenbeton.

Die Schwindung von Zementmörteln an der Luft. Besprechung der in Heft 42 des D. A. f. E. niedergelegten Versuchsergebnisse durch Gaede, Hannover. Zentralbl. d. Bauv. 1919, Nr. 48.

Das Verhältnis der Biegedruck- und Würfelfestigkeit von Beton  $\alpha = \frac{\sigma_b}{k}$ . v. Emperger klärt den Unterschied der Ergebnisse des Heftes 19 des D. A. f. E. und des Heftes 6 des Österr. E. A. auf. Er sei begründet in der Verschiedenheit der zum Vergleiche herangezogenen

Beton-Würfelabmessungen. 30 cm gegen 20 cm. Beton und Eisen 1919, Heft 9/10.

### IV. Vorschriften und Leitsätze.

Musterbeispiele zu den Bestimmungen für Ausführung von Bauten aus Eisenbeton vom 13. Januar 1916. Die Nummer 48 des Zentralbl. d. Bauv. von 1919 bringt die amtliche Veröffentlichung der zu den Vorschriften gehörigen Beispiele. Sonderdrucke sind von Ernst & Sohn für 1,80 M. zu beziehen. Die Veröffentlichung ist geeignet, auch nicht fachkundige Unternehmer zur Bearbeitung von Eisenbetonentwürfen zu ermuntern, ohne daß ein tieferes Verständnis vermittelt wird. Für bewährte Eisenbetonkonstrukteure dürften die Musterbeispiele überflüssig sein.

Die Eisenbeton-Vorschriften des Kgl. Instituts der Ingenieure und die Gemeinde Amsterdam. In De Ingenieur 1919, Nr. 17 nimmt Ing. Meijers nachdrücklich Stellung gegen die von der Gemeinde Amsterdam erlassenen besonderen Vorschriften. Durch solches subjektives Vorgehen werde die endlich gewonnene Einheitlichkeit der Vorschriften, die von der Gesamtheit der Sachverständigen aufgestellt seien, durch einzelne gestört.

Mindesttraglasten für Zementröhren. Tonind.-Ztg. 1919, Nr. 64 bringt eine Zahlentafel über die vom Betonverein 1910 festgesetzten Mindesttraglasten von Zementröhren.

### V. Anwendungen und Ausführungen.

1. Allgemeines über Beton- und Eisenbetonbauweise. Fertigerzeugnisse. Neue Anwendungen. Bauunfälle.

Beton-Grenzsteine. Mit Recht weist die Tonind.-Ztg. 1919, Nr. 69 auf die Vorteile des Schmoißerschen Grenzsteines (früher D. R. P.) hin, der mit einem Wälzgelenke in einer etwa 40 cm unter Gelände versenkten Lagerplatte steht, sodaß er, durch Pflügen oder Anfahren aus der Richtung gebracht, zuverlässig wieder in die alte Lage versetzt werden kann.

Eiseneinlagen in Zementwaren. In Nr. 59 der Tonind.-Ztg. 1919 wird den Zementwarenbestellern erläutert, daß die Eisen an den Rand, nicht aber in die Achse auf Eisenbeton-Säulen und Pfosten gehören.

Asbestzementschiefer. Von Dr. W. Schmidt, Heidenheim. Eine eingehende Besprechung der Vorzüge des Asbestzementschiefers für Dachdeckung und inneren Ausbau. Tonind.-Ztg. 1919, Nr. 49.

Bänke aus Beton. In der Tonind.-Ztg. 1919, Nr. 50 wird auf den Vorteil der Eisenbetonbänke hingewiesen, daß sie nicht so leicht gestohlen oder der Sitzbohlen beraubt werden können, wie hölzerne.

Betonbordschwellen. Wegen der hohen Frachtkosten und Arbeitslöhne sollte die weitergehende Verwendung von Betonschwellen mit



eisernem Kantenschutz in steinarmen Gegenden erwogen werden. Über die Erfahrungen und die Bauart der Münchner Schwellen sowie über die Normalisierungsanfänge berichtet ein Beitrag in der Tonind.-Ztg. 1919, Nr. 65. (Vgl. Lit.-Schau 1919 S. 203).

Vereinheitlichung von Betonwerksteinen. Alb. Friesecke, Berlin, macht in Nr. 67 der Tonind.-Ztg. 1919, Vorschläge, die Kunststeinkörper zur Herstellung von Einfriedigungen in bester Gestaltung und Ausführung zu normalisieren. Es sind auch einige Beispiele eigner Entwürfe im Bilde vorgeführt.

Holz und Schilf als Ersatz des Eisens in der Zugbewehrung. Von Dr.-Ing. v. Emperger, Wien. Verfasser bespricht eingehend die in jeder Hinsicht befriedigenden Erfahrungen, die mit Tekton gemacht worden sind. Tekton ist ein Magnesia-beton mit Holzeinlage, der zu Sparren, Dielen und Platten verarbeitet wird. Feuersicherheit, Wärme- und durchlässigkeit und Festigkeit sind erwiesen. v. Emperger stellt hiernach fest, daß die Anwendung von Holzbewehrung sich bereits bewährt habe.

## 2. Hochbau.

Sparsame Bauweisen. — Der Thermosbau. Mit Abbildungen besprochen in der Wochenschrift für den öffentlichen Baudienst 1919, Heft 23.

Sparsame Bauweisen. — Zement-Kies-Beton und Schlackenbeton. In Nr. 59 der Tonind.-Ztg. 1919 wird ein durchaus einseitiges Urteil über den Wert der genannten Ersatzbaustoffe für den Kleinwohnungsbau gefällt. Wenn auch den Neuerungen auf diesem Gebiete immer noch Bedenken entgegen zu bringen sind, so sollte man doch die guten Ergebnisse, die vielfach gemacht worden sind, nicht in der hier beliebten Weise übergehen und die Bauweisen offensichtlich parteiisch verurteilen.

Der Betonbau auf der Ausstellung „Sparsame Baustoffe“ in Berlin. Fortsetzung der Besprechung in der D. B.-Ztg., Mittg. für Zement und Beton 1919, Nr. 4 in Nr. 5. Erwähnt werden der Beton mit Holzeinlagen, die Schnellbauweise „Schmetz“, die mit blechnen Versalhohlstützen und Deckenträgern arbeitet; ferner die Zefer-Bauweise, die Kilp-Bauweise (Bamberg), diejenige der Universalbaugesellschaft Wien. Die Bauart Walland (österr. Kriegsministerium) sowie die der Sparbau-Gesellschaft m. b. H. Charlottenburg beschließen den Abschnitt in Nr. 5 der Mitteilungen. In Nr. 7 wird eingehend beschrieben die Thermosbauweise (Pohlmann & Franke, Hamburg). Es folgen dann die Bauweisen: Jurko (J. u. R. Koppe-Leipzig), Boraß (Heinrich Westphal, Berlin), ferner Deutsche Formsteinwerke, Berlin-Siemensstadt und Wayß & Freytag, kurz meist an Hand von Skizzen besprochen. In Nr. 8 der Mitteilungen sind dann Angaben zu finden

über die Vogtsche Wand (Wulkow & Stockhammer, Berlin), die Ambi-Bauweise (Arthur Müller, Berlin-Johannisthal) sowie die Wände nach Kell & Löser, Leipzig, das System Schnell-Groffits (Janesch & Schnell, Wien), die Betonhohlsteinwand von Wayß & Freytag: die Sparbauweise H H (Gerhard Herfeldt, Andernach) sowie diejenige der Firma Ferd. Weinmann, St. Pölten bei Wien. Im ganzen gewährt der Bericht einen recht guten Überblick über den Gegenstand der Ausstellung.

Die Bamberger Spar-Bauweise. Von Dipl.-Ing. Rich. Weiß. Eine Besprechung der Kilp-Bauweise (vergl. Mitt. f. Z. u. Bet. der D. B.-Ztg. 1918 Nr. 15 und Lit.-Schau 1918 S. 202). Mit Lichtbildern von der Bauausführung. Industriebau 1919, Heft 6.

Neue Gesichtspunkte für die Verwendung von Gußbeton bei Kleinwohnungsbauten. Nach Engineering News and Record 1917 von Dipl.-Ing. Fr. Maier, Karlsruhe, bearbeitet. Das Bemerkenswerteste ist wohl die Verwendung eiserner Schalungen, die aus L-Eisen mit dünner Wandstärke gebildet werden. Stärke der Umfassungswände 15 cm. Die Veröffentlichung verdient volle Beachtung, doch werden sehr viele Bedenken gegen die Bauweise zu erheben sein. Arm. Beton 1919, Heft 6.

Getreidesilo der Walzmühle Mühlendorf. Von Dipl.-Ing. Escher, München. Nach einer kurzen Beschreibung des Bauwerks, seiner Betriebseinrichtungen und der Verwendung der Anlage wird das zum Patent angemeldete Verfahren zur Erzielung einer Getreidedurchlüftung, nach Gebr. Ranke, München, besprochen. Es werden dabei Gitterträger aus Eisenbeton liegend zu Silowänden aufeinander geschichtet. Die obere Außenkante wird in jedem dieser Elemente auf eine gewisse Länge abgefast, sodaß Luft in die Hohlfächer der Träger einströmen kann. Da alle Träger mit ihren Fächern genau übereinander liegen, bilden sich Abzugsröhren. Das Silogut fällt nicht durch die Schlitze, da deren Fläche nach oben geneigt ist. Die aus Gitterträgern gebildeten Wände halten das Getreide, das im Winter eingelagert wird, lange kühl. Mitteilungen f. Z. u. B., Nr. 1 und 3 der D. B.-Ztg. 1919.

## 3. Brückenbau.

Die Reichsstraßenbrücke über die Breitenzer Ache. Mitgeteilt von Ing. Viktor Witaschek, Baurat. Veröffentlichung über den in Eisenbeton ausgeführten Neubau der Brücke. Wochenschr. f. d. öfftl. Baudienst 1919, Heft 22. Ein ausführliches Referat erscheint in einer der nächsten Nummern des Arm. Beton.

## 4. Wasserbau.

Kraftwerk Barberine der schweizerischen Bundesbahnen, das dem elektrischen

Betriebe einiger Schweizer Bahnlinien dienen soll, verdient wegen der Druckstollenanlage, die eine innere Ausbetonierung aufweist, sowie wegen der Staumauer von 70 m Höhe an der Wasserseite und 264 m Länge die Beachtung auch des Betonfachmanns. Nähere Angaben in der Z. d. V. d. I. 1919, Nr. 27.

Standssicherheitsfragen beim Bau von Schiffsschleusen für hohe Gefälle. Reg.- und Baurat Mattern, Potsdam, spricht sich im Zentralbl. d. Bauv. 1919, Nr. 50, über die Grundsätze beim Entwerfen von derartigen Schleusen eingehend aus.

Das Kraftwerk Massaboden bei Brig der schweizerischen Bundesbahnen. Zur Beschaffung elektrischer Arbeit für die Simplon-Bahnstrecke ist u. a. das Kraftwerk in Brig an der Rhone verstärkt worden. Für den Betonfachmann ist das Eisenbeton-Sammelbecken von Bedeutung, das 8000 cbm Wasser faßt. 1860 qm Oberfläche, 4,30 m Absenkung. Die Sohle und die stehenden Wände sind aus gewölbten Platten gebildet, um eine größere Biegsamkeit der Flächen zu erhalten, und um nur Druck als Hauptbeanspruchung in der Sohle zu erzeugen. Mit zahlr. Abb. Schweizerische B.-Ztg. 1919, Nr. 24.

#### 5. Grundbau (Pfahlgründungen).

Spiralbewehrte Eisenbeton-Rammpfähle von rd. 20 m Länge. Über die Verwendung solcher Pfähle beim Neubau der Brücke über die alte Donau in Wien bringt die D. B.-Ztg. 1919, Mitt. f. Z. u. Bet., Nr. 11 einige Angaben, entnommen der Wochenschr. f. d. öfftl. Baudienst 1919, Heft 3/4.

Brückengründung auf Eisenbeton-Senkkästen. In Rostock sind zur Gründung einer eisernen Brücke über die Warnow, die die alte Petribrücke zu ersetzen hatte, Eisenbetonkästen von 22 m Länge, 11,6 m Höhe, entsprechend 11 m Gründungstiefe unterhalb N. W., und 4,5 m Breite, bzw.  $18 \times 6,5 \times 11,6$  versetzt worden. Herstellung im Schwimmdock. Misch.-Verh. 1:5. Füllbeton (Traßzementbeton 1:1:16). Vgl. Freihafen-Erweiterung in Kopenhagen, D. B.-Ztg. 1917, Mitt. f. Z. u. Bet., S. 157 ff., D. B.-Ztg. 1917, Mitt. Nr. 11.

Neubau der Petribrücke in Rostock. Geh. Baurat Kerner, Rostock, veröffentlicht im Zentralbl. d. Bauv. 1919 Mitteilungen über den Entwurf und die Ausführung dieser Brücke. Sie besteht aus 2 Teilen, einer Straßen- und einer Eisenbetonbrücke, die auf gemeinsamen Pfeilern und Widerlagern ruhen. 2 Öffnungen von 18,5 m Stützweite, davon eine als Klappbrücke ausgebildet. Überbau: Eisen, Gründung: Eisenbetonsenkkästen. Gründungstiefe 11 m unter M. W. Der für das Klappkammer-Widerlager bestimmte Senkkasten hat

14,7 m Länge und  $2 \times 14,0$  m Breite. Sehr wertvolle Mitteilungen über den Versenkungsvorgang.

#### 6. Straßen-, Eisenbahn-, Tunnel- und Städtischer Tiefbau.

Wetterschacht in Eisenbeton auf dem Steinkohlenbergwerk Gladbeck. Die Zeitschrift „Glückauf“ 1919, Nr. 12 u. 13 bringt eine Beschreibung und Abbildungen einer wohl gelungenen Verwendung von Eisenbeton zu Schachtauskleidungen, wobei besonders die Ersparnis an Wandstärke gegenüber gemauerten Schächten hervortritt. Infolge dieser geringeren Wandstärke vermindert sich der Gesteinsaufhub bedeutend.

Versuche mit Eisenbetonstraßen. Zu der Mitteilung der Zeitschr. des österr. Ing.-u. Arch.-Ver. 1918, S. 335 werden einige ergänzende Angaben gemacht in der Wochenschrift f. d. öfftl. Baudienst 1919, Heft 19.

#### 7. Schiffbau.

Eisenbetonschiffbau. Auf der diesjährigen Hauptversammlung der Schiffbautechnischen Gesellschaft hat Herr Dipl.-Ing. Achenbach über die Aussichten und den Stand des Eisenbetonschiffbaus gesprochen. Hierüber berichtet kurz Nr. 62 der Tonind.-Ztg. 1919. Achenbach erklärt Eisenbetonschiffe bei sachgemäßer Ausführung für billiger als eiserne. 1918 ist ein 650 t-Donauschlepper fertig gestellt worden. Der Germanische Lloyd sorgt für Erteilung von Fahrterlaubnis bei der Seeberufsgenossenschaft.

Bau von Eisenbetonschiffen in den Vereinigten Staaten. Ende April ist (nach der Ztschr. d. V. d. Ing. 1919, Nr. 24) in Long-Island der Dampfer „Polias“ als drittes Eisenbeton-Seeschiff vom Stapel gelaufen. Erbauer Fongner Shipbuilding Co.

#### VI. Sonstiges.

Wirtschaftliches, Personal- und Vereinsnachrichten.

Von der 42. Generalversammlung des „Vereins Deutscher Portland-Zement-Fabrikanten“ zu Berlin. Umfassender Tagungsbericht in der D. B.-Ztg., Mitt. f. Zem. u. Bet. 1919, Nr. 12 u. 13.

Beschlagnahme von Zement und Kalk in Bayern. Der bayerische Demobilisierungskommissar hat die Ausfuhr von Portlandzement aus Bayern unter sehr hohe Strafe gestellt. Der bayerische Staat will außerdem ein eigenes großes Zementwerk errichten, um die Erzeugung zu steigern, und auch um die Preisentwicklung besser beurteilen und beeinflussen zu können. Mitteil. in dem Zentralbl. d. Bauv. 1919, Nr. 51/52.

Die neue Zementbewirtschaftung. In der Tonind.-Ztg. 1919, Nr. 61 wird begründet, daß die Kleinhersteller von Zementwaren besser mit Zement bedacht werden müßten.

*Den Verfassern größerer Originalbeiträge stehen je nach deren Umfang bis zu 5 Exemplaren des betr. vollständigen Hefes kostenfrei zur Verfügung, wenn bei Einsendung des Manuskriptes ein entsprechender Wunsch mitgeteilt wird. Sonderabdrücke werden nur bei rechtzeitiger Bestellung und gegen Erstattung der Kosten geliefert.*